

SUND OG BÆLT

# STRØMNINGSANALYSER, MV. AF FREMSKUDT FÆRGEHAVN VED TÅRS

KONCEPTUEL MODEL FOR CIRKULATION I ØSTERSØEN

ADRESSE COWI A/S Parallelvej 2 2800 Kongens Lyngby

TLF +45 56 40 00 00 FAX +45 56 40 99 99 WWW cowi.dk

2.0	2 juni 2025	Konceptuel model	CNJNXJ	FLJNX	JJU
VERSION	UDGIVELSESDATO	BESKRIVELSE	UDARBEJDET	KONTROLLERET	GODKENDT
A258774	HYD-TEK-03				
PROJEKTNR.	DOKUMENTNR.				

## INDHOLD

1	Sammenfatning	4
2	Formål og indledning	4
3 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7	Model for ændret ferskvandsafstrømning Kontrol for bevarelse af volumen og masse Ligningssystemet Koefficientmatrice Løsning for ferskvandsafstrømning Korrektion af koefficientmatrice Sammenligning med andre modeller Løsning for øget ferskvandsafstrømning	4 6 10 11 12 14 20 22
4 4.1 4.2 4.3 4.4	Modificering for ændret vandstand Kobling mellem vandføring og vandstand Modificering af matricen Sammenligning med andre modeller Løsning for vandstandsændring	25 25 27 27 28
5 5.1 5.2 5.3 5.4	Modificering for ændret vindhastighed Kobling mellem vind og opadrettet medrivning Kobling mellem vind og vandføring Modificering af matricen Løsning for øget vind	31 31 36 38 39
6 6.1 6.2 6.3	Modificering for strømningsreduktion Kobling mellem vandføring og strømningsreduktion Modificering af matricen Løsning for strømningsreduktion	42 42 42 42
7	Diskussion	45
8 8.1 8.2 8.3	Modeludvidelse Baggrund Metode Resultater fra udvidet model	45 45 46 53
9	Referencer	55

# BILAG

Bilag A	Knudsens Teorem	56
A.1	Definitionsskitse	56
A.2	Ændret ferskvandsaftsrømning	57
A.3	Ændret saltvandsindstrømning	57
A.4	Sammenfatning	58
Bilag B	Udledning af formel 10 (9)	59

## 1 Sammenfatning

En stationær model baseret på (Pedersen & Møller, 1981) er blevet opstillet og tilpasset den aktuelle anvendelse, hvor effekter på udvalgte hydrografiske nøgleparametre for den centrale Østersø af infrastrukturprojekter i de danske farvande kan sammenlignes med de effekter, der kan forventes fra klimaændringer.

Formelsystemet er i dette notat anvendt på et fiktivt klimascenarie for at illustrere arbejdsmetoden og resultatpræsentationen.

## 2 Formål og indledning

Formålet er at genskabe beregningsmodellen publiceret i (Pedersen & Møller, 1982) og dernæst transformere modellen til at kunne vurdere ændringerne af Østersøens hydrografiske nøgleparametre som følge af klimabetingede ændringer af ferskvandsafstrømning, havvandspejl og vindhastighed og for at kunne sammenligne disse effekter med effekterne fra infrastrukturprojekter.

Modellen er oprindeligt opstillet af Flemming Bo Pedersen og Jacob Steen Møller og publiceret i (Pedersen & Møller, 1981). I den aktuelle analyse indgår supplerende forklaringer som blev udviklet til en tidligere version af modellen af Jacob Steen Møller (Møller, pers. Com., 2024).

## 3 Model for ændret ferskvandsafstrømning

Modellen er en stationær konceptuel model, der beskriver Østersøens indbyrdes afhængige hydrografiske nøgleparametre. Modellen blev udviklet i 1981 med det formål at beskrive effekten på Østersøens hydrografi som følge af reduceret ferskvandsafstrømning til Østersøen. På det tidspunkt diskuterede man en plan om at omdirigere en substantiel del af floden Nevas vandføring til vandingsformål. Med afstrømning forstås her den vandføring der tilføres Østersøen gennem floder og vandløb, idet nedbøren antages at opveje fordampningen fra Østersøen overflade.

Modellen bygger på en række styrende ligninger og beskriver den stationære, gennemsnitlige tilstand af saltholdigheder, skillefladedybder og vandføringer. At modellen er stationær betyder, at den beskriver langtidsmiddeltilstande. Det har den fordel, at beskrivelsen er uafhængig af ekstreme enkelthændelser eller af sæsonvariation. Da den gennemsnitlige opholdstid i Østersøen er mellem 25 og 30 år for den centrale Østersø (Helsinki Commission, 1993), kræver det op til flere gange en sådan opholdstid før en ny balance er opnået.

Modellen deler Østersøen op i seks delområder, der med hensyn til de ovennævnte hydrografiske parametre saltholdighed, skillefladedybde og vandføring kan antages at være homogene og forskellige fra naboområderne. For hver af disse seks delområder samt for fem overgange mellem disse områder er de styrene ligninger opstillet. Ligningerne styrer de mest betydende hydrauliske processer for horisontal og vertikal transport af vand og salt. Ligningerne omfatter typisk volumenbevarelse, massebevarelse, betingelsen om konstant densimetrisk Froudes tal, konstant flow af massedeficit, empiriske længdeskala, energibalancer til beskrivelse af opadrettet og nedadrette medrivning samt geometriske relationer for Østersøens form og udstrækning. Ligningerne er delvis ikke-lineære og komplekse. Da der i denne analyse bygges på antagelsen om, at de hydrauliske nøgleparametres afvigelser fra den eksisterende situation er små, kan ændringerne beskrives med lineariserede former af ligningerne. Ligningerne lineariseres derfor og indføres i en matrice der løses med metoder fra den lineære algebra. Ligningerne løses med hensyn til den parameter, hvis effekt på ligevægtstilstande ønskes beskrevet, f.eks. med hensyn til ferskvandsafstrømningen. Systemet omfatter et ligningssystem med 22 ligninger og 22 ubekendte.

Det grundlæggende modelkoncept fremgår af nedenstående principskitse.





Middelværdierne for Østersøens hydrografiske nøgleparametre for Østersøen er angivet i (Pedersen & Møller, 1981) og listet i det følgende.

Γ	Delområde	Saltholdig- hed	Dybde	Vandføring <sup>*)</sup>	Areal
		S	Y	Q	А
		‰	m	m³/s	m²
		Øvre lag: Inde	ex O		Skilleflade
Kode	Benævnelse	Nedre lag: Inc	lex 1		Skillendde
к	Kattegat	max 23,2 33	13,3 var	var var	1,5·10 <sup>10</sup>
KS	Overgang K-S	18 33	-	Ud 3,30·10⁴ Ind 1,80·10⁴	-
S	Sundet og Bælthavet	var var	13,3 11,7	Op 3,3·10 <sup>4</sup> Ned 1,8·10 <sup>4</sup>	1,2·10 <sup>10</sup>
SA	Overgang S-A	7,8 16	-	Ud 2,94·10⁴ Ind 1,42·10⁴	-
А	Arkona Bassin	7,8 var	var 3,8	- Ned 1,90·10 <sup>4</sup>	-
AB	Overgang A-B	7,8 11,3	-	Ud 4,82·10⁴ Ind 3,32·10⁴	-
В	Bornholmer Bassin	7,8 11,3	45 var	Op 0,88·10 <sup>4</sup>	1,8·10 <sup>10</sup>

Tabel 3-1Middelværdier for Østersøens hydrografiske nøgleparametre (Pedersen &<br/>Møller, 1981)

BC	Overgang B-C	- 11,3	-	Ud 3,94·10 <sup>4</sup> Ind 2,44·10 <sup>4</sup>	-
С	Stolpe Kanal	7,0 var	var 15	- Ned 0,19·10 <sup>4</sup>	-
CØ	Overgang C-Ø	7,0 11,0	-	Ud 4,13·10 <sup>4</sup> Ind 2,63·10 <sup>4</sup>	-
Ø	Central Østersø	7,0 11,0	60 var	Op 2,63·10 <sup>4</sup> Ud 1,5·10 <sup>4</sup>	8,0·10 <sup>10</sup>

\*): Ud: Strømning ud af Østersøen (i øvre lag)

Ind: Strømning ind i Østersøen (i nedre lag)

Op: Opadrettet medrivning

Ned: Nedadrette medrivning

## 3.1 Kontrol for bevarelse af volumen og masse

I dette afsnit undersøges om bevarelsessætningerne for volumen og salt i den nuværende situation er opfyldt for havområderne mellem tærsklerne ved hhv. Gedser og Drogden og den centrale Østersø, som er karakteriseret ved Gotland Dybet. Denne delanalyse undersøger dermed forudsætningerne for modellen, idet bevarelse af volumen og masse i udgangssituationen skal være opfyldte. Det findes at volumenbevarelsen er opfyldt for begge vandområder.

Saltholdighederne for havområderne i øvre og nedre lag er givne input parametre, mens vandføringerne mellem områderne og lagene bestemmes ud fra bevarelsessætningerne. Begrundelsen for at det er saltholdighederne der er givne, ligger i at saltholdighederne er bestemt på baggrund af mange års saltholdighedsmålinger, mens der til bestemmelse af vandføringerne mellem vandmasserne ikke foreligger målinger i nær samme omfang og kvalitet. Derudover er afstrømning af ferskvand (R) en styrende inputparameter, der ligeledes er baseret på målinger. Afstrømningen (R) omfatter ferskvandsafstrømningen til Østersøen med floder og vandløb samt fordampning og nedbør og er i (Pedersen & Møller, 1981) sat til 15.000 m<sup>3</sup>/s som er en middelværdi over mange år. Saltholdighederne og vandføringer fra samme reference er angivet i nedenstående Tabel 3-2, hvor orienteringen er omvendt ift. ovenstående Figur 3-1.

Tabel 3-2Oversigt over input parametre som angivet i (Pedersen & Møller, 1981) til<br/>beregning af masse balance. Gule felter anvendes som faste inputpara-<br/>metre. Blå felter undersøges for opfyldelse af massebevarelse. Saltholdig-<br/>heder (S) er angivet i hele tal (ikke ‰), vandføringer (Q) i m³/s.

	Afstrøm- ning	Gotland Dybet	Overgang	Stolpe Ka- nal	Overgang	Bornholmer Bassin	Overgang	Arkona Bassin	Overgang
	R	Ø	CØ	С	BC	В	AB	Α	SA
S <sub>0</sub>	0	0,007	0,007	0,007	var	0,0078	0,0078	0,0078	0,0078
S <sub>1</sub>	-	0,011	0,011	var	0,0113	0,0113	0,0113	var	0,016
Q <sub>0</sub>	15.000	-	41.300	-	39.400	-	48.200	-	29.200
Q1	-	-	26.300	-	24.400	-	33.200	-	14.200
Q <sub>E0</sub>	-	26.300	-	-	-	8.800	-	-	-
Q <sub>E1</sub>	-	-	-	1.900	-	-	-	19.000	-

Beregningerne stopper ved overgangen SA mellem Sundet/Bælthavet og Arkona Bassinet fordi formelsystemet for volumen- og massebevarelse i området mellem den centrale Østersø (Gotland Dybet) og overgangen SA kan løses uden at medtage Bælthavet og Kattegat.

I det følgende opstilles formlerne til beregning af de forskellig (blåt-markerede) vandføringer:

• Ø: Gotland Dybet, opadrette medrivning,  $Q_{EØ0}$ 

$$Q_{E\emptyset0} \cdot S_{\emptyset1} = (R + Q_{E\emptyset0}) \cdot S_{\emptyset0}$$

$$Q_{E\emptyset 0} = \frac{S_{\emptyset 0}}{S_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0}} \cdot R$$

+ CØ: Overgang mellem Gotland Dybet og Stolpe Kanal, vandføring nedre lag,  $Q_{\text{CØ1}}$ 

$$Q_{C\emptyset 1} = Q_{EB0}$$

+ CØ: Overgang mellem Gotland Dybet og Stolpe Kanal, vandføring øvre lag,  $Q_{\text{CØ0}}$ 

$$Q_{C\emptyset 0} = R + Q_{E\emptyset 0}$$

• C: Stolpe Kanal, nedadrettet medrivning, Q<sub>EC1</sub>

$$\boldsymbol{Q}_{EC1} = \boldsymbol{Q}_{C\emptyset1} - \boldsymbol{Q}_{BC1}$$

- BC: Overgang mellem Stolpe Kanal og Bornholmer Bassin, vandføring nedre lag,  $Q_{BC1}$ 

$$Q_{BC1} \cdot S_{B1} = Q_{AB1} \cdot S_{AB1} - Q_{EB0} \cdot S_{B1}$$
$$Q_{BC1} = Q_{AB1} \cdot \frac{S_{AB1}}{S_{B1}} - Q_{EB0}$$

+ BC: Overgang mellem Stolpe Kanal og Bornholmer Bassin, vandføring øvre lag,  $Q_{\text{BC0}}$ 

$$Q_{BC0} = Q_{C\emptyset 0} - Q_{EC1}$$

• B: Bornholmer Bassinet, opadrette medrivning, QEB0

$$Q_{EB0} \cdot S_{B1} + Q_{BC0} \cdot S_{\emptyset 0} = Q_{AB0} \cdot S_{B0}$$
$$Q_{EB0} = Q_{AB0} \cdot \frac{S_{B0}}{S_{B1}} - Q_{BC0} \cdot \frac{S_{\emptyset 0}}{S_{B1}}$$

- AB: Overgang mellem Bornholmer Bassinet og Arkona Bassinet, vandføring nedre lag,  $Q_{AB1}$ 

$$Q_{AB1} \cdot S_{SA1} = Q_{SA1} \cdot S_{SA1} + Q_{ESA1} \cdot S_{A0}$$
$$Q_{AB1} = Q_{SA1} \cdot \frac{S_{SA1}}{S_{AB1}} + Q_{ESA1} \cdot \frac{S_{A0}}{S_{AB1}}$$

- AB: Overgang mellem Bornholmer Bassinet og Arkona Bassinet, vandføring øvre lag,  $Q_{\mbox{\tiny AB0}}$ 

$$Q_{AB0} = Q_{AB1} + R$$

• Arkona Bassin, nedadrettet medrivning, Q<sub>EA1</sub>

$$\boldsymbol{Q}_{EA1} = \boldsymbol{Q}_{AB1} - \boldsymbol{Q}_{SA1}$$

- SA: Overgang mellem Sund & Bælthav og Arkona Bassinet, nedre lag,  $$Q_{\text{SA1}}$$ 

$$Q_{SA1} \cdot S_{SA1} = Q_{SA0} \cdot S_{SA0}$$
$$Q_{SA1} = Q_{SA0} \cdot \frac{S_{SA0}}{S_{SA1}}$$

- SA: Overgang mellem Sund & Bælthav og Arkona Bassinet, øvre lag,  $Q_{\text{SA0}}$ 

$$Q_{SA0} = Q_{SA1} + R$$

Ligningerne kan nu løses iterativt. Indsættes værdierne for saltholdigheder og ferskvandsafstrømning (R) i ligningerne fremkommer vandføringer som angivet i Tabel 3-3.

Tabel 3-3Sammenligning mellem vandføringer beregnet med de angivne saltholdig-<br/>heder og vandføringer angivet i (Pedersen & Møller, 1981). Nederste<br/>række angiver den relative forskel mellem vandføringerne.

*Q*<sub>0</sub>: Vandføringer i øvre lag

*Q*<sub>1</sub>: Vandføringer i nedre lag

*Q<sub>E0</sub>: Opadrette medrivning* 

*Q<sub>E1</sub>: nedadrette medrivning* 

	ameter	Gotland Dybet	Overgang	Stolpe Kanal	Overgang	Bornholmer Bassin	Overgang	Arkona Bassin	Overgang
	Par	Ø	CØ	С	BC	В	AB	Α	SA
Aktuelt be-	Q <sub>0</sub>	-	41.250	-	39.419	-	48.429	-	29.268
(m <sup>3</sup> /s)	Q1	-	26.250	-	24.419	-	33.429	-	14.268
	Q <sub>E0</sub>	26.250	-	-	-	9.010	-	-	-
	Q <sub>E1</sub>	-	-	1.831	-	-	-	19.160	-
(Pedersen &	Q <sub>0</sub>	-	41.300	-	39.400	-	48.200	-	29.200
Møller, 1981) (m <sup>3</sup> /s)	Q1	-	26.300	-	24.400	-	33.200	-	14.200
	Q <sub>E0</sub>	26.300	-	-	-	8.800	-	-	-
	Q <sub>E1</sub>	-	-	1.900	-	-	-	19.000	-
Relativ afvi-	Q <sub>0</sub>	-	-0,1%	-	0,0%	-	0,5%	-	0,2%
geise (%)	Q1	-	-0,2%	-	0,1%	-	0,7%	-	0,5%
	Q <sub>E0</sub>	-0,2%	-	-	-	2,4%	-	-	-
	Q <sub>E1</sub>	-	-	-3,6%	-	-	-	0,8%	-

Det ses af ovenstående, at værdierne for vandføringer beregnet over massebalancer svarer til de vandføringer der er angivet i (Pedersen & Møller, 1981) med en margin på -0,2% til +0,7%, bortset fra de to medrivningsvandføringer, der afviger med hhv. -3,6% og +2,4%. Idet input data for saltholdigheder og ferskvandsafstrømning er angivet med 2-3 cifres nøjagtighed kan der ikke forventes en mindre afvigelse end de fundne få procent.

Med ovenstående kontrol er sammenhængen mellem de målte saltholdigheder og de beregnede vandføringer eftervist. Beregningerne viser ligeledes, at vandføringerne i områderne Stolpe Kanal til og med Arkona Bassin reagerer meget stærkt på små ændringer i den målte saltholdighed i nedre lag i Bornholmer Bassinet på 0,0113, se Tabel 3-1 og Tabel 3-2. En alternativ analyse af saltholdighederne i bundlaget (Jakobsen, 1991) tyder på, at denne saltholdighed kunne være omkring 0,0125, se Figur 3-2.





Indsættelse af en sådan værdi vil imidlertid ændre hele formelopsætningen og koefficienterne i de lineariserede formler. Dette forventes dog ikke at ændre betydende på analysen af små ændringer, som den er gennemført i det følgende.

### 3.2 Ligningssystemet

Følgende ligninger anvendes i den konceptuelle model.

Tabel 3-4Formel No. i rækkefølge oppefra og ned i (Pedersen & Møller, 1982), Tal-<br/>lene i parentes angiver ligningsnummer i tabel 1 på side 17 i (Pedersen &<br/>Møller, 1981). (Bemærk: I teksten (Pedersen & Møller, 1981) er lignings-<br/>numrene mindre (3) end i tabel 1).

Formel No.	Gyldig- heds- område	Styrende formel	Beskrivelse
1 (14)		$B^2 Y_{K0}^3(0,033 - S_{MK0}) = 9,44 \cdot 10^{10}$	Konstant densimetrisk Froudes tal
2 (18)	K Kattegat	$(0,033 - S_{MK0}) = (0,033 - S_{KS0})exp\left(-\frac{240 \cdot 10^3 m}{\lambda_K}\right)$	Empirisk densitetsdefi- cit som funktion af længdeskala
3 (16)		$\lambda_K = 1.81 \cdot 10^5 \frac{RY_{K0}}{B_K} = 565 \cdot 10^3 m$	Længdeskala for af- stand af Kattegat- front fra St. Peters- burg
4 (21)		$Q_{SA1} + R = 2,92 \cdot 10^4 \ m^3/s$	Volumenbevarelse ved tærsklerne
5 (22)	S Sund & Bælthav	$S_{KS0}(Q_{ES0} - Q_{ES1} + Q_{SA1} + R) = 0,033 (Q_{ES0} - Q_{ES1} + Q_{SA1})$	Saltbalance over K-S randen
6 (23)		$S_{SA1}Q_{SA1} = (Q_{ES0} - Q_{ES1} + Q_{SA1})0,033 - Q_{ES0}S_{S1} + Q_{ES1}S_{S0}$	Saltbalance, nedre lag
7 (24.1)		$S_{S0} = 0.5(S_{KS0} + S_{B0})$	Middelværdi, øvre lag

Formel No.	Gyldig- heds- område	Styrende formel	Beskrivelse
8 (24.2)		$S_{S1} = 0.5(0.033 + S_{SA1})$	Middelværdi, nedre lag
9 (8)		$Q_{ES0} = \frac{4,20 \cdot 10^3}{(S_{S1} - S_{S0}) \cdot Y_{K0}}$	Opadrettet medriv- ning, Bælthav
10 (9)		$Q_{ES1} = \frac{3,22 \cdot 10^3}{(S_{S1} - S_{S0}) \cdot (25 - Y_{K0})}$	Nedadrettet medriv- ning, Bælthav
11 (26)		$(S_{SA1} - S_{B0})Q_{SA1} = (S_{B1} - S_{B0})Q_{B1}$	Konstant saltdeficit i tung bundstrøm
12 (10.1)	A Arkona	$Q_{B1} = Q_{SA1} exp\left\{0,072\frac{Y_{B0}}{Y_{A1}}\right\}$	Tung bundstrøm inkl. medrivning
13 (11.1)	Dassin	$\frac{Q_{SA1}^2}{(S_{SA1} - S_{B0})Y_{A1}^3} = 4,48 \cdot 10^8$	Konstant densimetrisk Froudes tal i bund- strøm
14 (27)	_	$Y_{B0} = 60[m] - Y_{C1}$	Geometrisk bestem- melse af overfladela- gets tykkelse
15 (29)	Bornhol- mer bassin	$Q_{EB0} = \frac{7,79 \cdot 10^{-8} \cdot A_B}{(S_{B1} - S_{B0})Y_{B0}},$ $A_B = 1,8 \cdot 10^{10}(1 - 0,6\eta_{B0})$	Opadrette medrivning Bornholm, Skillefladeareal Born- holm
16 (30)		$S_{B0}(Q_{B1}+R) = S_{B1}Q_{B1}$	Saltbalance over B-C randen
17 (31)		$Q_{BC1} = Q_{B1} - Q_{EB0}$	Volumenbalance for Stolpe kanal
18 (32)	C Stolpe	$Q_{BC1}(S_{B1} - S_{\emptyset 0}) = Q_{\emptyset 1}(S_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0})$	Saltbalance for Stolpe kanal
19 (11.2)	kanal (Slupska kanal)	$\frac{Q_{BC1}^2}{(S_{B1} - S_{\emptyset 0})Y_{C1}^3} = 4,10 \cdot 10^7$	Konstant densimetrisk Froudes tal i bund- strøm
20 (10.2)		$Q_{\emptyset 1} = Q_{BC1} exp \left\{ 0,072 \frac{Y_{\emptyset 0} - Y_{B0}}{Y_{C1}} \right\}$	Tung bundstrøm inkl. medrivning
21 (33)		$Q_{\emptyset 1} = \frac{7,89 \cdot 10^{-8} A_{\emptyset}}{(S_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0}) Y_{\emptyset 0}}$	Opadrettet medriv- ningsvandføring, cen- tral Østersø
	Ø Central	$A_{\emptyset} = 8 \cdot 10^{10} (1 - 1, 1\eta_{\emptyset 0}) \ (m^2)$	Skillefladeareal af Østersø Aø
22 (34)	Østersø	$S_{\emptyset 0}(R + Q_{\emptyset 1}) = S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}, hvor$ $R = 1,5 \cdot 10^4 \ (m^3/s)$	Saltbalance for Central Østersø Ferskvandsafstrømning R

## 3.3 Koefficientmatrice

Ligninger i Tabel 3-4 lineariseres under anvendelse af værdierne i Tabel 3-1 og opstilles med hensyn til løsning af ændringen i ferskvandsafstrømningen (R). Koefficienterne til de lineariserede ligninger fremgår af nedenstående Tabel 3-5.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
Nr.	ηK0	sMK0	sKS0	ιĸ	qSA1	qES0	qES1	sSA1	sS1	sS0	sB0	qB1	sB1	ηA1	ηB0	ηC1	qEB0	qBC1	qØ1	sØ0	sØ1	ηØ0	r
1	1,8	-2,37																					
2		-2,37	1,2	-0,43																			
3	1,6			-1																			-1
4					-1,42																		1,5
5			1		-0,36	-0,69	0,59																-0,46
6					-1,06	-1,02	2,07	1	2,93	-1,33													
7			-0,7							1	-0,3												
8								-0,33	1														
9	1					1			2,11	-1,11													
10	-1,14						1		2,11	-1,11													
11					1			1,95			1,28	-1	-3,23										
12					-1							1		0,85	-0,85								
13					2			-1,95			0,95			-3									
14															3	1							
15											-2,23		3,23		1,6		1						
16											1	1,69	-1										-0,31
17												-1,36					0,36	1					
18													2,63					1	-1	0,12	-2,75		
19													-2,63			-3		2		1,63			
20															0,22	0,07		-1	1			-0,29	
21																			1	-1,75	2,75	2,1	
22																			-0,36	1	-1		-0,36

Tabel 3-5Koefficientmatrice til bestemmelse af konsekvenserne af ændret relativ<br/>ferskvandsafstrømning R.

Bemærk at tomme elementer i matriceregningen (Tabel 3-5) udfyldes med "0".

## 3.4 Løsning for ferskvandsafstrømning

Løsningen af ovenstående matrice for ferskvandstilsrømning (r) er givet i Tabel 3-6.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ηK0	sMK0	sKS0	ιĸ	qSA1	qES0	qES1	sSA1	sS1	sS0	sB0	qB1	sB1	η <b>A</b> 1	ηB0	ηC1	qEB0	qBC1	qØ1	sØ0	sØ1	ηØ0
-0,36	-0,27	-0,39	0,42	-1,06	-0,03	-0,81	0,04	0,01	-0,33	-0,2*	-0,25	-0,31	-0,79	0,16	-0,48	0,29	-0,44	-0,46	-0,85	-0,33	-0,06

Tabel 3-6 Løsning af ligningssystemet fra (Pedersen & Møller, 1981)

\*) Her er den originale værdi på +0,16 erstatte med værdien -0,2 på grund af mistanke om trykfejl, se afsnit 3.4.1.

En grafisk sammenligning mellem koefficienter, der er beregnet i (Pedersen & Møller, 1981) og i nærværende analyse er vist i Figur 3-3.



*Figur 3-3* Sammenligning mellem formlernes koefficienter præsenteret i den tidligere publikation (Pedersen & Møller, 1982) og i den aktuelle analyse.

Løsningerne er dermed identiske med løsningerne præsenteret i (Pedersen & Møller, 1981).

De her beregnede resultater for ændringer af hydrauliske nøgleparametre kan sammenlignes med de resultater, der kan aflæses af en grafik i den oprindelige publikation (Pedersen & Møller, 1981), se Figur 3-4 og Tabel 3-7.





Ovenstående Figur 3-4 er fra (Pedersen & Møller, 1981) som undersøgte en 5% reduktion af den totale ferskvandsafstrømning til Østersøen på grund af en planlagt omfordeling af vandføringen af floden Neva. Søjlen til venstre i figuren er ikke beskrevet yderligere og det antages, at intervallet mellem max og min angiver intervallet af 10 års glidende middelværdi af saltholdighederne på de to lokaliteter. Desuden antages det, at den sorte bjælke angiver saltholdighedsændringen, hvor pilen opad må indikere at saltholdigheden stiger. Den sorte bjælkes vertikale position er åbenbart valgt arbitrært.

Parameter	Denne beregning	Aflæsning (Peder- sen & Møller, 1981)
Salinitet Anholt (PSU)	+0,30	+0,3
Salinitet centr. Østersø (PSU)	+0,35	+0,3
Skilleflade centr. Østersø (m)	+1,2	+1

Tabel 3-7Ændringer af hydrografiske nøgleparametre ved en reduktion af fersk-<br/>vandstilførsel til Østersøen på 5%.

Der findes med andre ord en fin overensstemmelse mellem de to analyser. Dette bekræfter at den foreliggende beregning (med ændring af den formodede tryk-fejl, se afsnit 3.4.1) er fuldt ud sammenlignelig med analysen præsenteret i (Pe-dersen & Møller, 1981). Modellen antages derfor for genetableret.

## 3.4.1 Identifikation af trykfejl

Eneste undtagelse i Tabel 3-6 er værdien for  $s_{B0}$  (parameter nr. 11) som her er beregnet til (-0,20), men som i (Pedersen & Møller, 1981) var angivet som +0,16. Et positivt tal som løsning ville betyde at saltholdigheden ville stige ved en stigende ferskvandsafstrømning. Dette er er i modstrid med fysiske forståelse. Alle andre saltholdigheder i Østersøens øvre lag falder med tiltagende ferskvandsafstrømning, såvel i (Pedersen & Møller, 1981) som i den nærværende beregning.

Det antages derfor, at beregninger i (Pedersen & Møller, 1981) anvender den rigtige løsning, og at der ved publicering af artiklen er opstået en skrivefejl. Beregningerne i nærværende analyse fortsættes derfor med  $s_{B0} = -0,20$ , som er bestemt ved løsning af ligningssystemet.

## 3.5 Korrektion af koefficientmatrice

Ved fornyet gennemgang af formelsystemet er der identificeret følgende afvigelser, som er korrigeret i den foreliggende analyse.

## 3.5.1 Formel 15 (29)

Formlen beskriver den opadrettede medrivning i Bornholmer Bassinet. Denne formel undersøges med henblik på at kalibrere dens effekt på saltholdigheden i Bornholmer Bassinets øvre og nedre lag på en måde således at saltholdighederne varierer kontinuerligt i forhold til saltholdighederne i de tilstødende vandområder, den centrale Østersø og Arkona Bassinet.

Denne formel beskriver,  $Q_{EB0}$ , den opadrettede medrivning i Bornholmer Bassinet. Den opadrettede medrivningshastighed  $V_{EB0}$  beregnes som funktion af friktionshastigheden U<sub>F</sub>, den dimensionsløse densitetsforskel  $\Delta$  (i Bornholmer Bassinet), gravitationskonstanten g og lagtykkelsen af det nedre lag Y<sub>1</sub>. Efter

(Pedersen & Møller, 1981) beskrives den opadrettede medrivning i Bornholmer Bassinet som:

$$\frac{V_{eB0}}{U_F} = 0.5 \cdot 2.3 \frac{U_F^2}{\Delta g Y_{B0}}$$

hvor

$$\Delta = \frac{\rho_{B1} - \rho_{B0}}{\rho_{B1}}$$

og

$$\rho_{B1} - \rho_{B0} = 0.75 \cdot (S_{B1} - S_{B0}), hvor S angives i \%_0$$

Dermed bliver formlen:

$$Q_{EB0} = 0.5 \cdot 2.3 \cdot \frac{A_B \cdot U_F^3 \cdot \rho_1}{0.75 \cdot g \cdot 1000} \cdot \frac{1}{(S_{B1} - S_{B0})Y_{B0}}$$

Sidebemærkning: For at regne fra saltholdighed til densitet anvendes her en gængs omregningsfaktor på 0,75. Denne faktor kræver at saliniteterne (S) angives i promille. Da saliniteterne i denne analyses angives i reelle tal (f.eks. bliver 11‰ angivet som 0,011), skal S i denne formel ganges med 1000 for at kunne indsættes i denne formel.

Skillefladearealet  $A_B$  i Bornholmer Bassinet er i (Pedersen & Møller, 1981) beskrevet som:

$$A_B = 1.8 \cdot 10^{10} (1 - 0.6\eta_{B0})$$

Energiinputtet fra vinden U<sub>f</sub> blev i (Pedersen & Møller, 1981) anset for at være konstante og uændrede, idet modellens mål var at undersøge effekten af en ændring af ferskvandsafstrømningen til Østersøen. Ovenstående reduceres til udtrykket:

$$Q_{EB0} = K \cdot \frac{1.8 \cdot 10^{10} \cdot (1 - 0.6\eta_{B0})}{(S_{B1} - S_{B0})(Y_{B0})}$$

hvor K er konstant og lige med:

$$K = 0.5 \cdot 2.3 \cdot \frac{U_F^3 \cdot \rho_1}{0.75 \cdot g \cdot 1000} \left(\frac{m^2 \%_0}{s}\right)$$

Indsættes værdierne U\_f=0,008 m/s fra (Pedersen & Møller, 1981) og  $\rho_1$ =1008,5 kg/m3 samt g=9,81m/s² findes:

$$K = 0.5 \cdot 2.3 \cdot \frac{(8 \cdot 10^{-3})^3 \cdot 1008.5}{0.75 \cdot 9.81 \cdot 1000} = 8.1 \cdot 10^{-8} \left(\frac{m^2 \%_0}{s}\right)$$

Check for størrelsesorden af QEB0

Dette betyder for  $Q_{\text{EBO}}$  uden ændret skillefladeareal, at den opadrettede medrivning bliver:

$$Q_{EB0} = 8,1 \cdot 10^{-8} \frac{1,8 \cdot 10^{10}}{(7,8-11,3)(45)} \left(\frac{m^3}{s}\right)$$
$$Q_{EB0} = 9,2 \cdot 10^3 \frac{m^3}{s}$$

Denne beregnede opadrettede medrivning i Bornholmer Bassinet er af samme størrelsesorden som den i (Pedersen & Møller, 1981) angivne vandføring på  $8,8\cdot10^3$  m<sup>3</sup>/s, se Tabel 3-1. Dermed er størrelsesorden af Q<sub>EB0</sub> verificeret.

Beregningerne for formel 15 (29) fortsættes dermed ved, at ligningen for  $Q_{\text{EBO}}$  omskrives til

$$Q_{EB0} \cdot (S_{B1} - S_{B0}) \cdot Y_{B0} = K'(1 - 0.6\eta_{B0})$$

hvor

$$K' = 1,8 \cdot 10^{10} \cdot K$$
$$K' = 1,45 \cdot 10^3 \left(\frac{m^4 \%_0}{s}\right)$$

Denne formel lineariseres (kun 1. ordens led medtages):

$$Q_{EB0}(1+q_{EB0}) \cdot \{S_{B1}(1+s_{B1}) - S_{B0}(1+s_{B0})\} \cdot Y_{B0}(1+\eta_{B0}) = K'(1-0.6\eta_{B0})$$

som kan omskrives til:

$$(Q_{EB0} + Q_{EBo}q_{EBo}) \cdot \{(S_{B1} + S_{B1}s_{B1}) - (S_{B0} + S_{B0}s_{B0})\} \cdot (Y_{B0} \mp Y_{B0}\eta_{B0}) = K' - 0,6K'\eta_{B0}$$
$$(S_{B1} - S_{B0} + S_{B1}s_{B1} - S_{B0}s_{B0}) \cdot (Q_{EB0} + Q_{EB0}q_{EB0}) \cdot (Y_{B0} + Y_{B0}\eta_{B0}) = K' - 0,6K'\eta_{B0}$$
$$(S_{B1} - S_{B0} + S_{B1}s_{B1} - S_{B0}s_{B0}) \cdot (Q_{EB0}Y_{B0} + Q_{EB0}Y_{B0}\eta_{E0} + Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0}) = K' - 0,6K'\eta_{B0}$$

Igen udelades led af 2. orden.

 $\begin{aligned} (S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}\eta_{B0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0}) \\ &+ (-S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}\eta_{B0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0}) + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}S_{B1} \\ &- S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}S_{B0} = K' - 0.6K'\eta_{B0} \end{aligned}$ 

Igen udelades led af anden orden.

$$\begin{aligned} (S_{B1}Q_{EBo}Y_{B0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}) \\ &+ \{(S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}\eta_{B0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}q_{ES0}) \\ &+ (-S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}\eta_{B0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B1}) - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B0}\} \\ &= K' - 0,6K'\eta_{B0} \end{aligned}$$

Første parentes omskrives til

$$Q_{EB0}[S_{B1}Y_{B0} - S_{S0}Y_{B0}]$$

$$Q_{EBO}(S_{B1} - S_{B0}) Y_{B0}$$

som er lig med K', som derefter kan trækkes fra begge sider.

Derefter reduceres ligningen

$$\{(S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}\eta_{B0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}q_{ES0}) + (-S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}\eta_{B0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B1}) - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B0}\} = -0,6K'\eta_{B0}$$

Denne ligning divideres med  $Q_{EB0}Y_{B0}$  og reduceres til:

$$(S_{B1} - S_{B0})\eta_{B0} + (S_{B1} - S_{B0})q_{EB0} + (S_{B1})s_{B1} - S_{B0}s_{B0} = \frac{-0.6}{Q_{EB0}Y_{B0}}K'\eta_{B0}$$

$$\left(S_{B1} - S_{B0} + \frac{0.6}{Q_{EB0}Y_{B0}}K'\right)\eta_{B0} + (S_{B1} - S_{B0})q_{EB0} + S_{B1}S_{B1} - S_{B0}S_{B0} = 0$$

 $\label{eq:sphere:sphe$ 

Disse værdier samt K'=  $1,45 \cdot 10^3 \frac{m^4 \%_0}{s}$  indsættes for at bestemme koefficienterne, der senere indsættes i løsningsmatricen.

Tabel 3-8Formel 15(29): Middelværdier for Østersøen, koefficienter og normerede<br/>koefficienter for de nye, foreliggende beregning og dem fra (Pedersen &<br/>Møller, 1981)

Para- meter	Middelværdi	Rel. ændring af parameter	Koefficient	Ny norm koeff.	P&M norm koeff.
Q <sub>EB0</sub>	8800 m³/s	<b>Q</b> <sub>EB0</sub>	0,0035	1	1
Y <sub>B0</sub>	45 m	ηво	0,0057	1,63	1,60
S <sub>B0</sub>	0,0078	S <sub>B0</sub>	-0,0078	-2,23	-2,23
S <sub>B1</sub>	0,0113	S <sub>B1</sub>	0,0133	3,23	3,23

Det ses, at tre ud af fire koefficienter stemmer helt overens med (Pedersen & Møller, 1981). Koefficienten for  $\eta_{B0}$  er her fundet til at være 1,63 i stedet for 1,60 i (Pedersen & Møller, 1981). Det viser sig at ændrede vandføringer kun har en ubetydelig effekt på ændringerne af saltholdigheden i Bornholmer Bassinet.

#### 3.5.2 Formel 16 (30)

Formlen giver balancen af volumen og salt over snittet AB, dvs. overgangen mellem Arkona-Bassinet og Bornholmer Bassinet. I det følgende gennemregnes formlen for at dokumentere de fundne ændringer:

$$S_{B0}(Q_{B1} + R) = S_{B1}Q_{B1}$$
$$S_{B0}(Q_{B1} + R) - S_{B1}Q_{B1} = 0$$

 $S_{B0} \cdot Q_{B1} + S_{B0} \cdot R - S_{B1}Q_{B1} = 0$ 

Formlen lineariseres:

$$S_{B0}(1+s_{B0}) \cdot Q_{B1}(1+q_{B1}) + S_{B0}(1+s_{B0}) \cdot R(1+r) - S_{B1}(1+s_{B1}) \cdot Q_{B1}(1+q_{B1}) = 0$$

 $(S_{B0} + S_{B0}s_{B0}) \cdot (Q_{B1} + Q_{B1}q_{B1}) + (S_{B0} + S_{B0}s_{B0}) \cdot (R + Rr) - (S_{B1} + S_{B1}s_{B1}) \cdot (Q_{B1} + Q_{B1}q_{B1}) = 0$ 

 $(S_{B0}Q_{B1} + S_{B0}Q_{B1}q_{B1} + S_{B0}Q_{B1}s_{B0}) + (S_{B0}R + S_{B0}Rr + S_{B0}Rs_{B0})$  $- (S_{B1}Q_{B1} + S_{B1}Q_{B1}q_{B1} + S_{B1}Q_{B1}s_{B1}) = 0$ 

idet 2. ordens led negligeres. Formlen omskrives videre til

 $S_{B0}Q_{B1} + S_{B0}Q_{B1}q_{B1} + S_{B0}Q_{B1}s_{B0} + S_{B0}R + S_{B0}Rr + S_{B0}Rs_{B0} - S_{B1}Q_{B1} - S_{B1}Q_{B1}q_{B1} - S_{B1}Q_{B1}s_{B1} = 0$ 

 $[S_{B0}Q_{B1} + S_{B0}R - S_{B1}Q_{B1}] + S_{B0}Q_{B1}q_{B1} + S_{B0}Q_{B1}s_{B0} + S_{B0}Rr + S_{B0}Rs_{B0} - S_{B1}Q_{B1}q_{B1} - S_{B1}Q_{B1}s_{B1} = 0$ 

Indholdet i [] parentesen er lig med nul og formlen reduceres til

$$S_{B0}Q_{B1}q_{B1} + S_{B0}Q_{B1}s_{B0} + S_{B0}Rr + S_{B0}Rs_{B0} - S_{B1}Q_{B1}q_{B1} - S_{B1}Q_{B1}s_{B1} = 0$$
  
-(S\_{B1} - S\_{B0})Q\_{B1} \cdot q\_{B1} + (Q\_{B1} + R)S\_{B0} \cdot s\_{B0} - S\_{B1}Q\_{B1}s\_{B1} = -S\_{B0}Rr

De resulterende koefficienter er præsenteret i nedenstående Tabel 3-3.

Tabel 3-9Formel 16(30): Middelværdier for Østersøen, koefficienter og normerede<br/>koefficienter for de nye, foreliggende beregning og dem fra (Pedersen &<br/>Møller, 1981)

Para- meter	Middelværdi	Rel. ændring af parameter	Koefficient	Ny norm koeff.	P&M norm koeff.
S <sub>B0</sub>	0,0073	S <sub>B0</sub>	376	1,00	1
S <sub>B1</sub>	0,0113	S <sub>B1</sub>	-375	-1,00	-1
Q <sub>B1</sub>	3,32·10 <sup>4</sup> m <sup>3</sup> /s	<b>q</b> <sub>B1</sub>	-116	-0,31	1,69
R	1,5·10 <sup>4</sup> m <sup>3</sup> /s	R	-117	-0,31	-0,31

Det ses, at tre ud af fire koefficienter stemmer helt overens med (Pedersen & Møller, 1981). Koefficienten for  $q_{B1}$  er her fundet til at være -0,31 i stedet for 1,69 i (Pedersen & Møller, 1981). Ændringen af koefficienten er omtrent en faktor -5, og det viser sig, at ændrede vandføringer har en betydelig effekt på ændringerne af saltholdigheden i den centrale Østersø. Dette er dermed en betydende ændring (rettelse) af det grundlæggende formelapparat.

#### 3.5.3 Konsekvensberegninger

Konsekvenserne af korrektionerne i matricen er illustreret ved de langsgående transekter af saltholdighed i overfladen (øvre lag), i nedre lag og i forskellen mellem de to saltholdigheder, som kan tages som et udtryk for lagdelingens stabilitet. Resultaterne efter analysen i den oprindelige publikation (Pedersen & Møller, 1981) er vist i Figur 3-5 mens resultaterne efter den korrigeret formel er vist i Figur 3-6. Begge analyser er gennemført for en 5% tilvækst af ferskvandsafstrømning r.









Ændringer i saltholdigheden i øvre og nedre lag samt forskellen i saltholdighed hen over skillefladen mellem øvre og nedre lag på en transekt (ikke målfast) fra Kattegat til den centrale Østersø. Beregning gennemført for en øgning af afstrømningen til Østersøen på 5%. Det ses af Figur 3-5 for de oprindelige beregninger, at der øjensynlig forekommer en diskontinuitet i området omkring Bornholmer Bassinet. Det er denne observation, der har givet mistanke om uregelmæssigheder i de formler, der beskriver tilstandene omkring Bornholmer Bassinet, som beskrevet i ovenstående afsnit 3.5.1 og 3.5.2.

#### Følgende observeres

- 1. For overfladesaltholdigheden giver den originale analyse påvirkninger som både stiger og falder med tiltagende afstand fra ferskvandspåvirkning i den Central Østersø. Dette er i modstrid med den fysiske forståelse, idet det forventes at påvirkningen er aftagende med tiltagende afstand fra påvirkningens lokalitet.
- 2. I den korrigerede beregning findes at overfladesaltholdigheden varierer kontinuerligt med tiltagende afstand fra ferskvandspåvirkning i den Central Østersø.
- Det korrigerede formelsystem giver en større påvirkning af såvel øvre som nedre lags saltholdighed i forhold til det ikke-korrigerede system. Stabiliteten i Østersøen påvirkes derimod næsten ikke efter den korrigerede formel.

Alt i alt vurderes det, at resultaterne fra den nye analyse viser ændringer af saltholdigheden på transekten fra Kattegat til den central Østersø, der er mere konsistente og i overensstemmelse med forventningen. Det bemærkes, at de langsgående transekter ikke blev præsenteret i (Pedersen & Møller, 1981).

Ændringerne igennem Østersøen for de forskellige udvalgte nøgleparametre er vist i de følgende figurer.

## 3.6 Sammenligning med andre modeller

Resultaterne fra den gennemførte analyse sammenlignes med tilsvarende resultater fra andre og uafhængige kilder.

Resultaterne fra (Meier H. D., 2022) er præsenteret på en anden måde og kræver en omregning for at kunne sammenlignes. Beregningerne i (Meier H. D., 2022) bygger på en tilvækst af ferskvandsafstrømning på 20% (pers. com., 2024) og skal derfor transformeres til en afstrømningsændring på 10% for at kunne sammenlignes med resultaterne fra andre modelleringer (se nedenfor), der alle er normeret til en ferskvandsafstrømning på 10% for at kunne sammenlignes direkte. Saltholdighederne er angivet i ‰, ferskvandsafstrømningen er betegnet med R og ændringen af ferskvandsafstrømning med dR, se Tabel 3-10.

	Middel saltholdighed S (‰)	dS (‰) dR/R=20%	dS (‰) dR/R=10%
Øvre lag	7	-1,6	-0,8
Nedre lag	17	-1,6	-0,8

Tabel 3-10Omregning af resultater fra (Meier H. D., 2022)

Resultaterne fra (Omstedt A. , 2006) er gengivet i Figur 3-7. Figuren viser, at overfladens og bundlagets saltholdighed aftager med tiltagende ferskvandsafstrømning. For forholdene omkring middelafstrømning på 15.000 m<sup>3</sup>/s kan kurvens hældning aflæses (linearisering).



Figur 3-7 Modelberegninger af sammenhæng mellem saltholdighed i den centrale Østersø og ferskvandsafstrømning og nedbør. Det skraverede felt repræsenterer den typiske variabilitet gennem de sidste hundrede år (Omstedt A. , 2006).

Ved aflæsning af grafen findes for det øvre lag en hældning på den lyseblå kurve ved Q=15.000 m<sup>3</sup>/s på omkring  $-6 \cdot 10^{-4}$  ‰/(m<sup>3</sup>/s). Øges middelafstrømningen med 1.500 m<sup>3</sup>/s, dvs. med 10%, svarer det til en reduktion af saltholdigheden i øvre lag dS<sub>0</sub> på:

$$dS_{\emptyset} = -6 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^3 \%_0 = -0,9 \%_0$$

Tilsvarende findes af grafen for det nedre lag en hældning på den mørkeblå kurve ved Q=15.000 m<sup>3</sup>/s på omkring -7,5 $\cdot$ 10<sup>-4</sup> ‰/(m<sup>3</sup>/s). Øges middelaf-strømningen med 1.500 m<sup>3</sup>/s, dvs. med 10%, svarer det til en reduktion af saltholdigheden i nedre lag dS<sub>N</sub> på:

$$dS_N = -7.5 \cdot 10^{-4} \cdot 1.5 \cdot 10^3 \%_0 = -1.1 \%_0$$

Resultaterne fra en simpel betragtning på baggrund af Knudsens Teorem (se Bilag A) er sammenlignet med resultaterne fra mere komplekse og fysisk mere korrekte modeller i (Pedersen & Møller, 1981), (Meier H. D., 2022) samt (Omstedt A., 2006). Kun effekten af ændret ferskvandsafstrømning er betragtet i denne sammenligning. Resultaterne fra Knudens Teorem og fra (Pedersen & Møller, 1981) kan sammenlignes direkte med de her gennemført overslagsberegninger.

Resultaterne fra de forskellige modeller sammenlignes direkte i Tabel 3-11.

	Absolut ænd	lring (‰) ved af afstrømning	10% øgning
	Øvre lag	Nedre lag	Stabilitets- ændring
Korrigeret (Pedersen & Møller, 1981)	-0,8	-0,8	0
(Meier H. D., 2022)	-0,8	-0,8	0
(Omstedt A. , 2006)	-0,9	-1,1	-0,2
Knudsens Teorem	-0,6	-0,9	-0,3
(Pedersen & Møller, 1981)	-0,6	-0,4	0,2

Tabel 3-11Sammenligning af påvirkning af saltholdigheden i øvre og nedre lag af den<br/>centrale østersø ved en ændring af ferskvandsafstrømningen alene.

Der findes en fuld overensstemmelse mellem resultaterne fra den korrigerede model (Pedersen & Møller, 1981) og modellen fra (Meier H. D., 2022). Derudover er resultaterne i god overensstemmelse med resultater fra den tidligere model af (Omstedt A., 2006). Med de samme ændringer af ferskvandsafstrømningen leverer modellerne sammenlignelige resultater. Dette bekræfter validiteten af de konceptuelt forskellige modelsystemer. Den fejlbehæftede version af (Pedersen & Møller, 1981), som i Tabel 3-11 er angivet i den grå skraverede linje, giver resultater, der ligeledes er af samme størrelsesorden som de andre fire modeller, dog ligger resultaterne fra denne beregning mere yderligt på alle tre parametre.

Resultaterne for Knudsens Teorem ligger tæt på resultaterne for den korrigerede beregning af (Pedersen & Møller, 1981), (Meier H. D., 2022) og af (Omstedt A., 2006). Selv om de dynamiske processer i Knudsens Teorem ikke er medtaget, giver den alligevel resultater, der ligger indenfor usikkerheden af de tre meget avancerede og forskellige modeller. Dermed bekræftes resultaternes generelle trend og størrelsesorden.

## 3.7 Løsning for øget ferskvandsafstrømning

Løsningen af denne matrice er givet i Tabel 3-12.

Tabel 3-12Løsningen til matricen for ændring af ferskvandsafstrømning. 1.række: pa-<br/>rameter nummer, 2.række: parameternavn, 3 løsninger for ændret vand-<br/>stand.

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Para.	ηK0	sMK0	sKS0	ιĸ	qSA1	qES0	qES1	sSA1	sS1	sS0	sB0	qB1	sB1	ηA1	ηB0	ηC1	qEB0	qBC1	qØ1	sØ0	sØ1	ηØ0
Værdi	-0,37	-0,28	-0,41	0,41	-1,06	-0,31	-1,09	0,02	0,01	-0,59	-1,03	-0,14	-0,68	-1,05	0,03	-0,10	-0,12	-0,14	-0,13	-1,11	-0,70	0,06

Resultaterne er illustreret for absolutte saltholdigheder for en ændring af ferskvandsafstrømningen på 5% på baggrund af en udgangsvandføring på 15.000 m<sup>3</sup>/s, se Figur 3-8.





De tilsvarende ændringer i saltholdigheder er vist i Figur 3-9





Figuren indikerer at stabiliteten i den centrale Østersø og Bornholmer Bassinet vil være stort set uændret. Fra Bælthavet og til Kattegat vil stabiliteten øges ved stigende ferskvandstilførsel.

Tilsvarende er resultater for de absolutte horisontale vandføringerne i øvre og nedre lag vist i Figur 3-10.





Det bemærkes at vandføringerne er de horisontale vandføringer. På grund af opadrettet og nedadrette medrivning i forskellige dele af Østersøen varierer den horisontale vandføring. Det ses at forskellen i transporterne i øvre og nedre lag gennemgående svarer til ferskvandsafstrømningen på ca.  $1,5 \cdot 10^4$  m<sup>3</sup>/s.

Resultaterne for ændringerne af de horisontale vandføringer i øvre og nedre lag er vist i Figur 3-11.





Det ses at vandføringen i det nedre lag generelt aftager ved en øget ferskvandstilførsel. Afstrømningen af saltvand over S-A randen (de danske tærskler) er reduceret, hvilket er i overensstemmelse med ovenstående resultater, der viser en generel lavere saltholdighed i Østersøen indenfor tærsklerne.

#### 4 Modificering for ændret vandstand

En ændret vandstand vil have den primære effekt, at strømningsmodstanden i Bælthavet vil blive reduceret og at mere vand strømmer ind og ud over Darss og Drogden tærsklerne. Vandføringen ind over tærsklerne er i modellen angivet som en gennemsnitlig vandføring, som ikke er afhængig af andre parametre eller af en formel. Derudover indgår vandføringen over tærsklerne  $Q_{SA1}$  i flere andre formler. Dette kræver, at vandføringen  $Q_{SA1}$  skal kobles til vandstanden, dvs. ændringen af vandføringen skal findes som en funktion af ændringen af vandstanden.

Når denne kobling er fundet, kan ændringen af vandføringen erstattes med ændringen af vandstanden i alle formler.

## 4.1 Kobling mellem vandføring og vandstand

Her indføres den ændring i vandføringen over tærsklerne  $Q_{SA1}$ , som en øget vandstand Y vil medføre. Sammenhængen mellem vandstand og vandføring i en åben kanalstrømning kan beskrives ved forskellige formler. Her vælges Manning formlen (Engelund & Pedersen, 1978) fordi den angiver en direkte sammenhæng mellem vandføringen over hastigheden V og vandstanden over den hydrauliske radius  $R_*$ .

$$V = M R_*^{2/3} I^{1/2}$$

hvor

M: Manning tallet (udtrykker friktionsmodstand, typisk 32 m $^{1/3}$ /s for havområder)

I: Energigradient over Bælthavet, hvor vandspejlsforskellen skønnes til 0,5 m og længden skønnes til 200 km, dvs.  $2,5 \cdot 10^{-6}$  (dimensionsløs). R\*: Modstandsradius=1,18 R, hvor R er hydraulisk radius R=A/P. Ved rektangulære brede tværsnit er R≈D, hvor D er dybden, som er ca. 15 m for Darss og 7 m for Drogden. Der vælges en karakteristisk dybde Y på 13,5 m, som dermed giver en modstandsradius på 1,18 \cdot 13,5 ≈ 16 m.

Ved et tværsnitsareal over Bælthav og Sundet på  $A_{SA}=Y\cdot B$ , hvor Y er den karakteristiske dybde og B den karakteristiske bredde, gælder

$$Q_{SA1} = VA_{SA} = MR_*^{2/3}I^{1/2}A_{SA}$$
$$Q_{SA1} - MR_*^{2/3}I^{1/2}YB = 0$$
$$Q_{SA1} - MBI^{1/2} \cdot R_*^{2/3}Y = 0$$

Da modstanden M, Bredden B og energigradienten I kan antages at være uændret, varierer vandføringen med R<sup>2/3</sup>·Y, som udtrykkes som Y·(1,18Y)<sup>2/3</sup>=1,18<sup>2/3</sup>·Y<sup>5/3</sup>=1,12 Y<sup>5/3</sup>. Dermed ændres formlen til

$$Q_{SA1} - KY^{5/3} = 0$$

hvor

$$K := BMI^{1/2} \cdot \left(\frac{R_*}{Y}\right)^{(2/3)}$$
$$K = BMI^{1/2} \cdot (1,18)^{\left(\frac{2}{3}\right)}$$
$$K = BMI^{1/2} \cdot 1,12$$
$$K = 1,12 \cdot BMI^{1/2}$$

Dermed kan udtrykket baseret på Manning-formlen lineariseres til:

$$Q_{SA1}(1+q_{SA1}) - KY^{5/3}(1+\nu)^{5/3} = 0$$

Udtrykket  $(1 + v)^{5/3}$  simplificeres for små værdier af v gennem Tailor-udvikling til:

$$(1+\nu)^{5/3} \approx \left(1+\frac{5}{3}\nu\right) for \nu \ll 1$$

Indsættes dette findes:

$$Q_{SA1}(1+q_{sA1}) - KY^{5/3}\left(1+\frac{5}{3}\nu\right) = 0$$
$$\left(Q_{SA1} - KY^{5/3}\right) + Q_{SA1}q_{sA1} - \frac{5}{3}KY^{5/3}\nu = 0$$

Da første parentes er lig med nul, findes

$$Q_{SA1}q_{SA1} - \frac{5}{3}KY^{5/3}v = 0$$

$$q_{SA1} = \frac{5}{3} \cdot \frac{KY^{\frac{5}{3}}}{Q_{SA1}} \cdot v$$

$$q_{SA1} = \frac{5}{3} \cdot \frac{1,12 \cdot BMY^{\frac{5}{3}}I^{1/2}}{Q_{SA1}} \cdot v$$

$$q_{SA1} = \frac{5}{3} \cdot \frac{YB \cdot M \cdot (1,18 \cdot Y)^{2/3}I^{1/2}}{Q_{SA1}} \cdot v$$

Idet  $Q_{SA1} = V \cdot Y \cdot B$ , fremkommer

$$q_{SA1} = \frac{5}{3} \cdot \frac{M \cdot R_*^{2/3} \cdot I^{1/2}}{V} \cdot \nu$$

Hvor den anden brøk ifølge definitionen på Manning formlen er lig med 1. Dermed reduceres udtrykket til en direkte beskrivelse af nedre lags relative ændring af vandføring  $q_{sA1}$  som funktion af havvandstandens relative ændring v:

$$q_{SA1} = \frac{5}{3}\nu$$
$$q_{SA1} = 1,67\nu$$

Denne formel repræsenterer den søgte kobling mellem den relative ændring i vandføring  $q_{SA1}$  og den tilsvarende ændring i vandstanden  $\nu$ . Denne relation indsættes for  $q_{SA1}$  i matricen.

#### 4.2 Modificering af matricen

En højere vandstand medfører en ændret vandføring  $Q_{SA1}$  over tærsklerne. Denne vandføring er bestemt eksplicit i formel 4(21). Da denne formel er eksplicit, bestemmer denne formel alene vandføringen  $Q_{SA1}$  over tærsklerne. Der skal dermed ikke modificeres andre formler. Formel 4 blev i den oprindelige version, hvor ligningerne blev opstillet med hensyn til deres afhængighed af ferskvandsafstrømningen r, udtrykt som:

$$-1,42q_{SA1} = 1,5r$$

Da ferskvandsafstrømningen r i denne undersøgelse holdes kontant (dvs. r=0) ændres vandstanden med  $\nu$ . Dermed bliver formlen omformet til:

$$q_{SA1} = 1,67\nu$$

Udtrykket for  $q_{SA1}$  indgår i flere andre formler, hvor det er med til at bestemme de øvrige parametre. Derfor skal udtrykket for  $q_{SA1}$  ikke modificeres i de andre formler.

## 4.3 Sammenligning med andre modeller

Effekten af en stigende vandstand på saltholdighederne i indre Østersø er simuleret i (Meier H. H.-R., 2017), se Tabel 4-1.

Scenarie	Havvandsstigning i år 2100 (m)	Ændring i over- flade saltholdig- hed (‰)	Ændring i bund lags saltholdig- hed (‰)
S50	0,5	+0,68	+0,9
S100	1,0	+1,31	+1,75

Tabel 4-1 Modelresultater fra (Meier H. H.-R., 2017)

Antages at ændringen i vandspejlsstigninger er 0,33 m, svarer det til en ændring af overfladesaltholdigheden på  $0,33m/0,5m\cdot0,68\% = 0,45\%$  iht til (Meier H. H.-R., 2017). Tilsvarende findes for nedre lags saltholdighed

 $0,33m/0,5m\cdot0,9\% = 0,6\%$ . Disse ændringer er sammenlignet med resultater modelleret med den korrigerede (Pedersen & Møller, 1981), se Tabel 4-2.

Tabel 4-2Sammenligning af modelresultater fra to modeller for ændring af salthol-<br/>dighed i øvre og nedre lag samt for saltholdighedsforskellen over springla-<br/>get (stabilitet) i den centrale Østersø.

	Absolut ænd tral Østersø	lring af salthold (‰) ved 0,33 havvandspejl	lighed i cen- m øgning af
	Øvre lag	Nedre lag	Stabilitet
Korrigeret (Pedersen & Møller, 1981)	0,30	0,44	0,14
(Meier H. HR., 2017)	0,45	0,60	0,15

Resultaterne for stabiliteten viser en meget høj grad af overensstemmelse mellem resultaterne fra den korrigerede model (Pedersen & Møller, 1981) og resultaterne fra (Meier H. H.-R., 2017). Ændringen af stabilitetsforholdene i den centrale Østersø modelleres dermed samstemmende med de to modelsystemer.

Resultaterne for saltholdighederne giver en smule højere saltholdigheder med (Pedersen & Møller, 1981) sammenlignet modelresultaterne fra (Meier H. H.-R., 2017). Forskellen er dog af samme størrelsesorden som forskellene mellem saltholdigheder modelleret med andre modeller ved konsekvenssimulering af ændrede ferskvandsafstrømninger, se Tabel 3-11.

Med de samme ændringer af vandspejlsændringer leverer modellerne sammenlignelige resultater. Dette bekræfter validiteten af de to konceptuelt forskellige model systemer.

## 4.4 Løsning for vandstandsændring

Løsningen af denne matrice er givet i Tabel 4-3.

Tabel 4-3Løsningen til matricen for vandstandsændringer. 1.række: parameter<br/>nummer, 2.række: parameternavn, 3 løsninger for ændret vandstand.

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Para.	ηK0	sMK0	sKS0	IK	qSA1	qES0	qES1	sSA1	sS1	sS0	sB0	qB1	sB1	ηA1	ηB0	ηC1	qEB0	qBC1	qØ1	sØ0	sØ1	ηØ0
Værdi	0,18	0,13	0,36	0,28	1,67	-0,16	0,22	1,04	0,34	0,67	1,39	0,74	1,47	0,87	-0,22	0,67	-1,57	1,57	1,20	1,68	1,61	-1,28

Resultaterne er illustreret for absolutte saltholdigheder for en ændring af vandstanden på 0,33 m svarende til en relativ ændring v på 0,025 (=2,5%) ved en gennemsnitlig vanddybde i Bælthavet på ca. 13,5 m, se Figur 4-1.



Figur 4-1 Saltholdigheden før og efter en 2,5% ændring af vandstanden (0,33m). Saltholdigheder er angivet i øvre og nedre lag på en transekt (ikke målfast) fra Kattegat til den centrale Østersø.



De tilsvarende relative ændringer i saltholdighed er vist i Figur 4-2.



Figuren indikerer at saltholdigheden i alle havområder vil stige eller forblive uændret. Stabiliteten i den centrale Østersø og Bornholmer Bassinet vil stige. I Bælthavet og de indre danske farvande vil ændringen af stabiliteten falde.

Tilsvarende er resultater for vandføringerne i øvre og nedre lag vist i Figur 4-3.



*Figur 4-3* Vandføringer før og efter en 2,5% øgning af vandstanden (0,33m). Vandføringer er angivet i øvre og nedre lag på en transekt (ikke målfast) fra Kattegat til den centrale Østersø.

Det ses at forskellen i transporterne gennemgående svarer til ferskvandsafstrømningen på ca. 1,5 $\cdot$ 10<sup>4</sup> m<sup>3</sup>/s.

Resultaterne for ændringerne af de horisontale vandføringer i øvre og nedre lag er vist i Figur 4-4.





Det ses at vandføringen i begge lag stiger ved en øget vandstand, hvilket er i overensstemmelse med ovenstående resultater, der viser generel højere saltholdigheder i Østersøen og Bælthavets øvre lag.

#### 5 Modificering for ændret vindhastighed

Ændret vindhastighed vil have to effekter på hydrografien i Østersøen:

- 1. Den afsatte vindenergi fra friktion mod vandoverfladen vil øge den opadrettede medrivning over bassinerne
- 2. Øgede vindhastigheder vil øge ind- og udstrømningshændelsernes styrke over tærsklerne.

Dette er nærmere beskrevet i det følgende.

## 5.1 Kobling mellem vind og opadrettet medrivning

#### 5.1.1 Bælthavet

Den opadrettede medrivning skyldes dels turbulensproduktion i det øvre lag på grund af vindens friktion mod havoverfladen, og dels turbulensproduktion på grund af strømningens friktion mod bunden og skillefladen. Sidstnævnte turbulensproduktion er indirekte en følge af vindens indvirken på vandmasserne og derfor også koblet til vinden. Forholdet mellem de to turbulensproducerende processer er i (Pedersen & Møller, 1981) skønnet til at være ca. 44% til 56% for hhv. vindens og strømmens bidrag. Da vindens produktion af turbulent kinetisk energi i vandet afhænger af vindhastigheden i tredje potens, vil en øgning af vindhastighed derfor kun slå igennem på turbulensproduktionen på grund af strømhastigheder med en faktor på  $\sqrt[3]{0,44} \approx 0,76$ .

Den opadrettede medrivning i Bælthavet er beskrevet i formel 9 (8):

$$Q_{ES0} = \frac{4,20 \cdot 10^3}{(S_{S1} - S_{S0}) \cdot Y_{K0}}$$

 $Q_{ES0}(S_{S1} - S_{S0}) \cdot Y_{K0} - 4,20 \cdot 10^3 = 0$ 

Tælleren er proportional med turbulensproduktionen og nævneren er proportional med vindingen af potentiel energi ved at vandet løftes fra de nedre lag til det øvre lag. Med hensyn til en relativ ændring af vindhastigheden w bliver formlen

$$Q_{ES0}(1+q_{ES0}) = \frac{4,20 \cdot 10^3 \cdot \left(1+\sqrt[3]{0,44}w\right)^3}{\left(S_{S1}(1+s_{S1}) - S_{S0}(1+s_{S0})\right) \cdot Y_{K0}(1+\mu_{K0})}$$
$$(Q_{ES0} + Q_{ES0}q_{ES0}) \cdot \left((S_{S1} + S_{S1}s_{S1}) - (S_{S0} + S_{S0}s_{S0})\right) \cdot (Y_{K0} + Y_{K0}\mu_{K0}) - 4,20$$
$$\cdot 10^3 \left(1+\sqrt[3]{0,44}w\right)^3 = 0$$

Sidste led Tailor-udvikles til

$$(1 + 0.76w)^3 \approx 1 + 3 \cdot 0.76w$$

Tilnærmelsens gyldighed er illustreret i Figur 5-1.





Det ses at gyldigheden kan anses for et regime af w der er mindre en ca. 0,2.

Ligningen simplificeres derefter til

$$(Q_{ES0} + Q_{ES0}q_{ES0}) \cdot ((S_{S1} + S_{S1}s_{S1}) - (S_{S0} + S_{S0}s_{S0})) \cdot (Y_{K0} + Y_{K0}\mu_{K0}) - 4,20 \cdot 10^3 (1 + 2,28w)$$
  
= 0

Idet anden ordens led negligeres findes:

$$\left( \left( S_{S1}Q_{ES0} + S_{S1}Q_{ES0}S_{S1} + S_{S1}Q_{ES0}q_{ES0} \right) - \left( S_{S0}Q_{ES0} + S_{S0}Q_{ES0}S_{S0} + S_{S0}Q_{ES0}q_{ES0} \right) \right) \cdot \left( Y_{K0} + Y_{K0}\mu_{K0} \right) - \left( 4,20 \cdot 10^3 + 4,20 \cdot 10^3 \cdot 2,28w \right) = 0$$

$$\begin{pmatrix} (S_{S1}Q_{ES0}Y_{K0} + S_{S1}Q_{ES0}S_{S1}Y_{K0} + S_{S1}Q_{ES0}q_{ES0}Y_{K0}) \\ - (S_{S0}Q_{ES0}Y_{K0} + S_{S0}Q_{ES0}S_{S0}Y_{K0} + S_{S0}Q_{ES0}q_{ES0}Y_{K0}) \end{pmatrix} \\ + ((S_{S1}Q_{ES0}Y_{K0}\mu_{K0}) - (S_{S0}Q_{ES0}Y_{K0}\mu_{K0})) - (4,20 \cdot 10^3 + 4,20 \cdot 10^3 \cdot 2,28w) \\ = 0$$

$$[(S_{S1} - S_{S0})Q_{ES0}Y_{K0} - 4,20 \cdot 10^3] + S_{S1}Q_{ES0}S_{S1}Y_{K0} + S_{S1}Q_{ES0}q_{ES0}Y_{K0} - S_{S0}Q_{ES0}S_{S0}Y_{K0} - S_{S0}Q_{ES0}q_{ES0}Y_{K0} + (S_{S1}Q_{ES0}Y_{K0}\mu_{K0}) - (S_{S0}Q_{ES0}Y_{K0}\mu_{K0}) - 4,20 \cdot 10^3 \cdot 2,28w = 0$$

Her er udtrykket i []-parentes lig med nul jfr. ovenstående formel, og ligningen bliver da:

$$S_{S1}Q_{ES0}S_{S1}Y_{K0} + S_{S1}Q_{ES0}q_{ES0}Y_{K0} - S_{S0}Q_{ES0}S_{S0}Y_{K0} - S_{S0}Q_{ES0}q_{ES0}Y_{K0} + (S_{S1}Q_{ES0}Y_{K0}\mu_{K0}) - (S_{S0}Q_{ES0}Y_{K0}\mu_{K0}) - 4,20 \cdot 10^3 \cdot 2,28w = 0$$

Ligningen divideres med  $S_{S1}Q_{ES0}Y_{K0}$ :

$$s_{S1} + q_{ES0} - \frac{S_{S0}}{S_{S1}} s_{S0} - \frac{S_{S0}}{S_{S1}} q_{ES0} + \mu_{K0} - \left(\frac{S_{S0}}{S_{S1}} \mu_{K0}\right) - 4,20 \cdot 10^3 / (S_{S1} Y_{K0} Q_{ES0}) \cdot 2,28w = 0$$
  
$$s_{S1} + q_{ES0} \left(1 - \frac{S_{S0}}{S_{S1}}\right) - \frac{S_{S0}}{S_{S1}} s_{S0} + \mu_{K0} \left(1 - \frac{S_{S0}}{S_{S1}}\right) - 4,20 \cdot 10^3 / (S_{S1} Y_{K0} Q_{ES0}) \cdot 2,28w = 0$$

 $S_{S0} = (18+7,8)/2 = 0,0129$   $S_{S1} = (33+16)/2 = 0,0245$   $Y_{KO} = 13,3 m$  $Q_{ES0} = 2,72 \cdot 10^4 m^3/s$ 

Dermed bliver ovenstående formel:

$$2,11 \cdot s_{S1} + 1 \cdot q_{ES0} - 1,11 \cdot s_{S0} + 1 \cdot \mu_{K0} - 2,28 \cdot w = 0$$

$$2, 11 \cdot s_{S1} + 1 \cdot q_{ES0} - 1, 11 \cdot s_{S0} + 1 \cdot \mu_{K0} = 2, 28 \cdot w$$

Som på nær det nye led for w er identisk med formlen i (Pedersen & Møller, 1981).

#### 5.1.2 Bornholmer Bassinet

Tilsvarende løses ligningen for opadrettet medrivning i Bornholmer bassinet, ligning 15 (29):

 $Q_{EB0} = \frac{7.79 \cdot 10^{-8} \cdot A_B}{(S_{B1} - S_{E0})Y_{B0}},$   $A_B = 1.8 \cdot 10^{10} (1 - 0.6\eta_{B0})$   $Q_{EB0}(S_{B1} - S_{B0})Y_{B0} = 7.79 \cdot 10^{-8} \cdot A_B$   $Q_{EB0}(S_{B1} - S_{B0})Y_{B0} = 7.79 \cdot 10^{-8} \cdot 1.8 \cdot 10^{10} (1 - 0.6\eta_{B0})$   $Q_{EB0}(S_{B1} - S_{B0})Y_{B0} = 1.402 \cdot 10^3 (1 - 0.6\eta_{B0})$   $Q_{EB0}(S_{B1} - S_{B0})Y_{B0} - 1.402 \cdot 10^3 = -8.41 \cdot 10^2 \cdot \eta_{B0}$ 

Vindhastighedens effekt indregnes som (1+w)<sup>3</sup> på tælleren i øverste ligning. Til forskel for Bælthavet indregnes al vindenergien i Bornholmer Bassinet, idet strømhastighederne betydning for den opadrettede medrivning i Bornholmerbassinet kan negligeres.

$$\begin{aligned} Q_{EB0}(S_{B1} - S_{B0})Y_{B0} &= 7,79 \cdot 10^{-8} \cdot A_B \cdot (1+w)^3 &= 7,79 \cdot 10^{-8} \cdot 1,8 \cdot 10^{10}(1-0,6\eta_{B0}) \cdot (1+w)^3 \\ Q_{EB0}(S_{B1} - S_{B0})Y_{B0} &= 1,402 \cdot 10^3 \cdot (1-0,6\eta_{B0}) \cdot (1+w)^3 \\ Q_{EB0}(S_{B1} - S_{B0})Y_{B0} &= (1,402 \cdot 10^3 - 8,41 \cdot 10^2 \eta_{B0}) \cdot (1+w)^3 \\ Q_{EB0}(S_{B1} - S_{B0})Y_{B0} &= (8,41 \cdot 10^2 \eta_{B0} - 1,402 \cdot 10^3) \cdot (1+w)^3 = 0 \end{aligned}$$

Ligningen lineariseres:

$$Q_{EB0} \cdot (1 + q_{EB0}) (S_{B1}(1 + s_{B1}) - S_{B0}(1 + s_{B0})) Y_{B0}(1 + \mu_{B0}) + (8,41 \cdot 10^2 \eta_{B0} - 1,402 \cdot 10^3)$$
  
  $\cdot (1 + w)^3 = 0$ 

 $(Q_{EB0} + Q_{EB0}q_{EB0}) \cdot ((S_{B1} + S_{B1}S_{B1}) - (S_{B0} + S_{B0}S_{B0})) \cdot (Y_{B0} + Y_{B0}\mu_{B0})(8,41 \cdot 10^2\eta_{B0} - 1,402 \cdot 10^3) \cdot (1 + w)^3 = 0$ 

 $\begin{aligned} (Q_{EB0} + Q_{EB0}q_{EB0}) \cdot (S_{B1} + S_{B1}s_{B1} - S_{B0} - S_{B0}s_{B0}) \cdot (Y_{B0} + Y_{B0}\mu_{B0}) + (8,41 \cdot 10^2\eta_{B0} - 1,402 \\ \cdot 10^3) \cdot (1+w)^3 \end{aligned}$ 

$$(S_{B1}Q_{EB0} + S_{B1}Q_{EB0}s_{B1} - S_{B0}Q_{EB0} - S_{B0}Q_{EB0}s_{B0} + S_{B1}Q_{EB0}q_{EB0} - S_{B0}Q_{EB0}q_{EB0})$$
$$\cdot (Y_{B0} + Y_{B0}\mu_{B0}) + (8,41 \cdot 10^2\eta_{B0} - 1,402 \cdot 10^3) \cdot (1+w)^3 = 0$$

Tailor udviklingen af det sidste led anvendes. Anden ordens led negligeres som reducerer ligningen til

 $\begin{aligned} (S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B1} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0} \\ & - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}\mu_{B0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}\mu_{B0}) \\ & + (8.41 \cdot 10^2\eta_{B0} - 1.402 \cdot 10^3) \cdot (1 + 3w) = 0 \end{aligned}$ 

$$\begin{split} (S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B1} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0} \\ & - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}\mu_{B0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}\mu_{B0}) \\ & + (8,41\cdot10^2\eta_{B0} - 1,402\cdot10^3 - 1,402\cdot10^3\cdot3\cdot w) = 0 \end{split}$$

Ligningen omformes til

$$\begin{split} [S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0} + 8,41 \cdot 10^2\eta_{B0} - 1,402 \cdot 10^3] + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B1} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B0} \\ &+ S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}\mu_{B0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}\mu_{B0} \\ &- 1,402 \cdot 10^3 \cdot 3w = 0 \end{split}$$

$$\begin{aligned} [Q_{EB0}(S_{B1} - S_{B0})Y_{B0} + 8,41 \cdot 10^2 \eta_{B0} - 1,402 \cdot 10^3] + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B1} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B0} \\ + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}\mu_{B0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}\mu_{B0} \\ - 4,21 \cdot 10^3 \cdot w = 0 \end{aligned}$$

Udtrykket i []-parentesen er lig med nul jfr. ovenstående ligning. Hvormed udtrykkes reduceres til:

$$\begin{split} S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B1} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}q_{EB0} + S_{B1}Q_{EB0}Y_{B0}\mu_{B0} \\ & - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}\mu_{B0} - 4,21\cdot10^3\cdot w = 0 \end{split}$$

Ved division med  $S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}$  fremkommer

$$\frac{S_{B1}}{S_{B0}}s_{B1} - s_{B0} + \frac{S_{B1}}{S_{B0}}q_{EB0} - q_{EB0} + \frac{S_{B1}}{S_{B0}}\mu_{B0} - \mu_{B0} - \frac{4,21 \cdot 10^3}{S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}}w = 0$$
$$\frac{S_{B1}}{S_{B0}}s_{B1} - s_{B0} + \left(\frac{S_{B1}}{S_{B0}} - 1\right)q_{EB0} + \left(\frac{S_{B1}}{S_{B0}} - 1\right)\mu_{B0} = \frac{4,21 \cdot 10^3}{S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}}w$$

Ved indsættelse af værdier

 $\begin{array}{l} S_{B1}{=}0,0113\\ S_{B0}{=}0,0078\\ Q_{EB0}{=}0,88{\cdot}10^4\mbox{ m}^3/s\\ Y_{B0}{=}45\mbox{ m} \end{array}$ 

og division med  $\left(\frac{S_{B1}}{S_{B0}}-1\right)$  findes

$$3,23s_{B1}-2,23s_{B0}+q_{EB0}+\mu_{B0}=3,04w$$

Som er identisk med version i (Pedersen & Møller, 1981), bortset fra koefficienten for  $\mu_{B0}$  fordi YBo ændres ved ændret opadrettet medrivning. Koefficienten for w var ikke en del af den tidligere analyse af ændret ferskvandstilførsel.

#### 5.1.3 Central Østersø

Tilsvarende løses ligningen for opadrettet medrivning i Den central Østersø, ligning 21 (33). Den opadrettede transport af vand og salt er af kontinuitetsgrunde den samme transport som den, der tilføres det nedre lag gennem den tunge bundstrøm gennem Stolpe Kanalen:

$$Q_{\emptyset 1} = \frac{7,89 \cdot 10^{-8}A_{\emptyset}}{(S_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0})Y_{\emptyset 0}}$$

$$A_{\emptyset} = 8 \cdot 10^{10}(1 - 1,1\eta_{\emptyset 0})$$

$$Q_{\emptyset 1}(S_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0})Y_{\emptyset 0} = 7,89 \cdot 10^{-8} \cdot A_{\emptyset}$$

$$Q_{\emptyset 1}(S_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0})Y_{\emptyset 0} = 7,89 \cdot 10^{-8} \cdot 8 \cdot 10^{10}(1 - 1,1\eta_{\emptyset 0})$$

$$Q_{\emptyset 1}(S_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0})Y_{\emptyset 0} = 6,31 \cdot 10^{3}(1 - 1,1\eta_{\emptyset 0})$$

$$Q_{\emptyset 1}(S_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0})Y_{\emptyset 0} + 6,94 \cdot 10^{3} \cdot \eta_{\emptyset 0} - 6,31 \cdot 10^{3} = 0$$

Vindhastighedens effekt indregnes som  $(1+w)^3$  på tælleren i øverste ligning. Som for Bornholmer Bassinet indregnes al vindenergien i den centrale Østersø.

$$\begin{aligned} Q_{\emptyset 1}(S_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0})Y_{\emptyset 0} &= 7,89 \cdot 10^{-8} \cdot A_{\emptyset} \cdot (1+w)^3 = 7,89 \cdot 10^{-8} \cdot 8 \cdot 10^{10}(1-1,16\eta_{\emptyset 0}) \cdot (1+w)^3 \\ Q_{\emptyset 1}(S_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0})Y_{\emptyset 0} &= 6,31 \cdot 10^3 \cdot (1-1,1\eta_{\emptyset 0}) \cdot (1+w)^3 \\ Q_{\emptyset 1}(S_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0})Y_{\emptyset 0} &= (6,31 \cdot 10^3 - 6,94 \cdot 10^3\eta_{\emptyset 0}) \cdot (1+w)^3 \\ Q_{\emptyset 1}(S_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0})Y_{\emptyset 0} + (6,94 \cdot 10^3\eta_{\emptyset 0} - 6,31 \cdot 10^3) \cdot (1+w)^3 = 0 \end{aligned}$$

Ligningen lineariseres:

$$Q_{\emptyset_1} \cdot (1+q_{\emptyset_1}) \left( S_{\emptyset_1}(1+s_{\emptyset_1}) - S_{\emptyset_0}(1+s_{\emptyset_0}) \right) Y_{\emptyset_0}(1+\mu_{\emptyset_0}) + (6.94 \cdot 10^3 \eta_{\emptyset_0} - 6.31 \cdot 10^3)$$
$$\cdot (1+w)^3 = 0$$

$$(Q_{\emptyset 1} + Q_{\emptyset 1}q_{\emptyset 1}) \cdot \left( (S_{\emptyset 1} + S_{\emptyset 1}s_{\emptyset 1}) - (S_{\emptyset 0} + S_{\emptyset 0}s_{\emptyset 0}) \right) \cdot (Y_{\emptyset 0} + Y_{\emptyset 0}\mu_{\emptyset 0})(6,94 \cdot 10^{3}\eta_{\emptyset 0} - 6,31 \cdot 10^{3}) \\ \cdot (1 + w)^{3} = 0$$

$$(Q_{\emptyset 1} + Q_{\emptyset 1}q_{\emptyset 1}) \cdot (S_{\emptyset 1} + S_{\emptyset 1}s_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0} - S_{\emptyset 0}s_{\emptyset 0}) \cdot (Y_{\emptyset 0} + Y_{\emptyset 0}\mu_{\emptyset 0}) + (6,94 \cdot 10^{3}\eta_{\emptyset 0} - 6,31 \cdot 10^{3}) \cdot (1 + w)^{3}$$

idet 2. ordens led negligeres. Ligningen ganges videre ud:

$$(S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1} + S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}s_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1} - S_{\emptyset}Q_{\emptyset 1}s_{\emptyset 0} + S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}q_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}q_{\emptyset 1}) \cdot (Y_{\emptyset 0} + Y_{\emptyset 0}\mu_{\emptyset 0}) + (6,94) \cdot (10^{3}\eta_{\emptyset 0} - 6,31 \cdot 10^{3}) \cdot (1+w)^{3} = 0$$

Tailor udviklingen af det sidste led anvendes.

$$(1+w)^3 \approx (1+3w), for w \ll 1$$

Ligningen ganges ud. Anden ordens led negligeres og ligningen reducerer dermed til:

$$\begin{aligned} (S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0} + S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}s_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}s_{\emptyset 0} + S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}q_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}q_{\emptyset 1} \\ &+ S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}\mu_{\emptyset 0} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}\mu_{\emptyset 0}) + (6,94 \cdot 10^{3}\eta_{\emptyset 0} - 6,31 \cdot 10^{3}) \cdot (1 + 3w) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0} + S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}s_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}s_{\emptyset 0} + S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}q_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}q_{\emptyset 1} \\ &+ S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}\mu_{\emptyset 0} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}\mu_{\emptyset 0}) \\ &+ (6.94 \cdot 10^{3}\eta_{\emptyset 0} - 6.31 \cdot 10^{3} - 6.31 \cdot 10^{3} \cdot 3 \cdot w) = 0 \end{aligned}$$

Ligningen omformes til

$$\begin{split} [S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0} + 6,94 \cdot 10^{3}\eta_{\emptyset 0} - 6,31 \cdot 10^{3}] + S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}s_{\emptyset 1} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B0} \\ &+ S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}q_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}q_{\emptyset 1} + S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}\mu_{\emptyset 0} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}\mu_{\emptyset 0} - 2,08 \\ &\cdot 10^{4} \cdot w = 0 \end{split}$$

Udtrykket i []-parentesen er lig med nul jfr. ovenstående ligning. Hvormed udtrykkes reduceres til:

$$\begin{split} S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}s_{\emptyset 1} - S_{B0}Q_{EB0}Y_{B0}s_{B0} + S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}q_{\emptyset 1} - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}q_{\emptyset 1} + S_{\emptyset 1}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}\mu_{\emptyset 0} \\ - S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}\mu_{\emptyset 0} - 2,08\cdot 10^4\cdot w = 0 \end{split}$$

Ved division med  $S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset !}Y_{\emptyset 0}$  fremkommer

$$\frac{S_{\emptyset 1}}{S_{\emptyset 0}}s_{\emptyset 1} - s_{\emptyset 0} + \frac{S_{\emptyset 1}}{S_{\emptyset 0}}q_{\emptyset 1} - q_{\emptyset 1} + \frac{S_{\emptyset 1}}{S_{\emptyset 0}}\mu_{\emptyset 0} - \mu_{\emptyset 0} - \frac{2,08 \cdot 10^4}{S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}}w = 0$$
$$\frac{S_{\emptyset 1}}{S_{\emptyset 0}}s_{\emptyset 1} - s_{\emptyset 0} + \left(\frac{S_{\emptyset 1}}{S_{\emptyset 0}} - 1\right)q_{\emptyset 1} + \left(\frac{S_{\emptyset 1}}{S_{\emptyset 0}} - 1\right)\mu_{\emptyset 0} = \frac{2,08 \cdot 10^4}{S_{\emptyset 0}Q_{\emptyset 1}Y_{\emptyset 0}}w$$

Ved indsættelse af værdier

 $\begin{array}{l} S_{\emptyset 1} {=} 0,011 \\ S_{\emptyset 0} {=} 0,007 \\ Q_{\emptyset 1} {=} 2,63 {\cdot} 10^4 \text{ m}^3 \text{/s} \\ Y_{\emptyset 0} {=} 60 \text{ m} \end{array}$ 

og division med  $\left(\frac{S_{\emptyset 1}}{S_{\emptyset 0}}-1\right) \approx 0,57$  findes

$$2,75s_{\emptyset 1}-1,75s_{\emptyset 0}+q_{\emptyset 1}+\mu_{\emptyset 0}=3,30w$$

Som er identisk med version i (Pedersen & Møller, 1981), bortset fra koefficienten for  $\mu_{B0}$  fordi Y<sub>Ø0</sub> vil ændres ved ændret opadrettet medrivning. Koefficienten for w var ikke en del af den tidligere analyse af ændret ferskvandstilførsel.

## 5.2 Kobling mellem vind og vandføring

En ændret middel vindhastighed over Østersøen vil, ud over den lige beskrevne ændrede opadrettede medrivning også have en effekt på styrken af ind- og udstrømning af Østersøen gennem de danske stræder. Vindfeltet har en stor betydning for strømningsforholdet, som i korte træk kan beskrives ved at stærke sydvestlige vinde vil give opstuvning af Nordsøvand i Kattegat. Tilsvarende sker en opstuvning af Østersøvand ved Finland, der svarer til lavvande i den sydvestlige Østersø. Dermed fører sydvestlige vinde højvande nord for de danske stræder og lavvande syd for. Dette medfører sydgående strøm i Sundet og Bælter. Ved østlige vinde foregår det modsatte og giver tilsvarende nordgående strøm. Det antages i det følgende at vindfeltets primære ændringer omfatter en ændret vindhastighed. En eventuel omfordeling af vinden på andre retninger er dermed ikke omfattet i denne analyse.

Vindstuvningen s er f.eks. givet i (Lund-Hansen, Christiansen, Jürgensen, Richardson, & Skyum, 1994) hvor den er udtrykt som:

$$s = \frac{1.4 \cdot 10^{-4} \, L \, W^2}{\rho \, h}$$

hvor

L: Bassinets længde (m) h: Bassinets dybde (m) p: Vandet densitet (1020 kg/m3) W: Vindhastighed (m/s)

Vandføringen gennem en kanal kan beskrives efter forskellige formler. Her er formlen for specifik modstand valgt, se (Pedersen F. B., 1980) fordi den udtrykker den direkte sammenhæng mellem vandføring Q og energigradient dH:

$$dH = K Q^2$$

hvor dH: Vandspejlsdifference (energiniveauforskel) K: Den specifikke modstand Q: Vandføring

Idet vandspejlsdifferencen kan udtrykkes som en vindstuvning findes

$$\frac{1.4 \cdot 10^{-4} L W^2}{\rho h} = K Q^2$$

Da K, L p og h er konstante findes at

$$W^2 = Konstant \cdot Q^2$$

eller

$$Q = Konstant' \cdot W$$

$$Q - Konstant'W = 0$$

Som betyder at vandføringen i sund og bælter kan antages at være proportional med vinden. Dette er bekræftet i Figur 5-2, der bygger på målinger af strømhastigheder i Storebælt og af vindhastigheder i Beldringe Lufthavn i 1995 (Jürgensen, 1996).



*Figur 5-2* Beregnet vandføring gennem Storebælt i 1995 sammenholdt med vindhastigheden projiceret på 45 grader (sydvest-nordøst).

En linearisering af ovenstående formel giver:

$$Q(1 + q) = Konstant' W(1 + w)$$
$$Q + Qq - Konstant'W - Konstant'Ww = 0$$
$$[Q - Konstant'W] + Qq - Konstant'Ww = 0$$

[ ]-parentesen er lig ed nul. Det efterlader:

$$Qq - Konstant'Ww = 0$$

Da Konstant'= Q/W findes

$$Qq - \frac{Q}{W}Ww = 0$$
$$Qq - Qw = 0$$
$$q - w = 0$$
$$q = w$$

Dermed vil en relativ øgning af vinden øge vandføringerne i de danske stræder med samme relative ændring. I det foreliggende formelgrundlag styrer formel 4 (21) vandføringen ind over tærsklerne. Denne formel omformes i dette tilfælde, hvor der ses på øget vindhastighed til:

$$q_{SA1} = w$$

## 5.3 Modificering af matricen

Følgende formler modificeres for dette tilfælde, hvor der modelleres effekten af en relativ øgning af vindhastigheden w.

Formel 4: (transport over tærsklerne)

 $q_{SA1} = w$ 

Formel 9: (opadrette medrivning i Bælthavet) 2,  $11 \cdot s_{S1} + 1 \cdot q_{ES0} - 1$ ,  $11 \cdot s_{S0} + 1 \cdot \mu_{K0} = 2$ ,  $28 \cdot w$ 

Formel 15: (opadrette medrivning i Bornholmer Bassinet)  $3,23s_{B1}-2,23s_{B0}+q_{EB0}+\mu_{B0}=3,04w$ 

Formel 21: (opadrette medrivning i Central Østersø) 2,75 $s_{\emptyset 1}$  – 1,75 $s_{\emptyset 0}$  +  $q_{\emptyset 1}$  +  $\mu_{\emptyset 0}$  = 3,30w

#### 5.4 Løsning for øget vind

For at anvende en nogenlunde realistisk øgning af vindhastighederne i året 2100 anvendes prognoserne givet i (Miljøministeriet/Miljøstyrelsen, 2024). Hvor prognoser er givet for hver årstid i følgende scenarier: A2, EU2C, B2, RCP85, A1B, RCP45. Middelværdien og spredning af de relative ændringer af vindhastigheden, angivet for et punkt mellem Bornholm og Øland, er her beregnet for alle angivne scenarier:

Middelvind hastighed 1986-2005	7,8 m/s
Relativ ændring	1,1%
Spredning af relativ ændring	0,9%

Løsningen af den således modificerede matrice er givet i Tabel 5-1.

 Tabel 5-1
 Løsningen til matricen for vindhastighedsændringer. 1.række: parameter nummer, 2.række: parameternavn, 3 løsninger for ændret vindhastighed.

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Para.	ηK0	sMK0	sKS0	ιK	qSA1	qES0	qES1	sSA1	sS1	sS0	sB0	qB1	sB1	ηA1	ηB0	ηC1	qEB0	qBC1	qØ1	sØ0	sØ1	ηØ0
Værdi	0,58	0,44	1,20	0,93	1,00	2,32	1,28	1,34	0,44	1,40	1,85	0,75	1,62	0,38	0,08	-0,25	1,90	0,33	0,54	1,74	1,55	0,74

Resultaterne er illustreret for saltholdigheder for en ændring af vindhastigheden med 0,09 m/s svarende til en relativ ændring w på 0,011 ved en gennemsnitlig vindhastighed over Østersøen på en position mellem Bornholm og Øland på ca. 7,8 m/s, se Figur 5-3.



*Figur 5-3* Saltholdigheder før og efter en 1,1% ændring af vindhastigheden. Saltholdigheder er angivet i øvre og nedre lag på en transekt (ikke målfast) fra Kattegat til den centrale Østersø.



De tilsvarende ændringer i saltholdighed er vist i Figur 5-4.



Figuren indikerer at saltholdigheden i overfladen vil stige i alle havområder. I nedre lag vil saltholdigheden ligeledes stige, bortset fra i Kattegat og i Kattegat S, hvor saltholdigheden ikke kan stige på grund af randværdien mod Nordsøen. Som følge af forskellig saltholdighedsstigning i de forskellige havområder vil stabiliteten falde, bortset fra i Bornholmer Bassinet og den centrale Østersø, hvor den vil stige.

Tilsvarende er resultater for vandføringerne i øvre og nedre lag vist i Figur 5-5.



*Figur 5-5* Ændringer i vandføringer før og efter en 1,1% ændring af vindhastigheden. Vandføringsændringerne er angivet i øvre og nedre lag på en transekt (ikke målfast) fra Kattegat til den centrale Østersø

Som det ses af ovenstående figur, er forskellene mellem vandføringerne i de to situationer næsten ikke til at få øje på. Ændringerne fra 2019-2100 er vist i nedenstående Figur 5-6.





Det ses at øget vind vil give anledning til øgede horisontale vandføringer. Dette er i overensstemmelse med at øget vind vil øge den opadrettede medrivning og at øget vind vil øge transporten ind og ud over tærsklerne.

## 6 Modificering for strømningsreduktion

En ændret strømningsreduktion på grund af infrastrukturprojekter i de indre danske farvande vil have den primære effekt, at strømningsmodstanden i Bælthavet vil blive øget og at mindre vand strømmer ind og ud over Darss og Drogden tærsklerne (i modsætning til ovenfor beskrevne situation for øget vandstand).

## 6.1 Kobling mellem vandføring og strømningsreduktion

Vandføringen ind over tærsklerne er i modellen angivet som en gennemsnitlig vandføring, som ikke er afhængig af andre parametre eller af en formel. Derudover indgår vandføringen over tærsklerne  $Q_{SA1}$  i flere andre formler. Strømningsreduktionen er bestemt for de forskellige infrastrukturer som en strømningsreduktion b (tidligere kaldt "blokering"), som er defineret ved vandføring  $Q_f$  og  $Q_e$ for hhv. før og efter introduktion af infrastrukturprojekter:

$$Q_e = Q_f(1-b)$$

#### 6.2 Modificering af matricen

Dermed kan strømningsreduktionen direkte indgå i formel 4 i matricen og matricens formel 4 lyder dermed:

$$q_{SA1} = -b$$

#### 6.3 Løsning for strømningsreduktion

Løsningen af denne matrice er givet i Tabel 6-1.

Tabel 6-1Løsningen til matricen for ændret strømningsreduktion. 1.række: parame-<br/>ter nummer, 2.række: parameternavn, 3 løsninger for ændret strømnings-<br/>reduktion.

I	No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
I	Para.	ηK0	sMK0	sKS0	ιĸ	qSA1	qES0	qES1	sSA1	sS1	sS0	sB0	qB1	sB1	ηA1	ηB0	ηC1	qEB0	qBC1	qØ1	sØ0	sØ1	ηØ0
	Værdi	-0,12	-0,09	-0,25	-0,20	-1,00	-0,49	-0,75	-0,65	-0,21	-0,96	-2,60	-0,20	-1,67	-1,07	-0,13	0,38	-0,20	-0,20	0,04	-1,75	-1,76	0,83

Resultaterne er illustreret for saltholdigheder for en relativ ændring af strømningsreduktion b på 0,005 på grund af infrastrukturprojekter, se Figur 6-1.



*Figur 6-1* Saltholdigheden før og efter en 0,5% reduktion af vandføringen. Saltholdigheder er angivet i øvre og nedre lag på en transekt (ikke målfast) fra Kattegat til den centrale Østersø.







Figuren indikerer at stabiliteten i den centrale Østersø sammen med generelt lavere saltholdigheder vil falde. I Bornholmer bassinet og de indre danske farvande vil ændringen af stabiliteten være svagt stigende.

Tilsvarende er resultater for vandføringerne i øvre og nedre lag vist i Figur 6-3.





Det bemærkes at vandføringerne er de horisontale vandføringer. På grund af opadrettet og nedadrette medrivning i forskellige dele af Østersøen stiger og falder de horisontale transporter. Det ses at forskellen i transporterne gennemgående svarer til ferskvandsafstrømningen på ca.  $1,5 \cdot 10^4$  m<sup>3</sup>/s. Ændringen fra situationen for 2019 til 2100 er så små, at de ikke er til at se på ovenstående figur.

Ændringerne af vandføringerne ved en ændring af strømningsmodstanden er vist i Figur 6-4.





Det ses at øget strømningsmodstand vil give anledning til reducerede horisontale vandføringer. Dette er i overensstemmelse med den generelle forventning.

#### 7 Diskussion

Hovedresultaterne for den centrale Østersø er for et fiktivt scenarie sammenfattet i nedenstående Tabel 7-1.

Central Østersø	Saltholdighed, øvre lag (‰)	Saltholdighed, nedre lag (‰)	Stabilitet (‰)
Ferskvandsafstrømning (5%)	-0,39	-0,39	0
Vandstandshævning (0,33 m)	+0,29	+0,44	+0,15
Øgning af vind (+1,1%)	+0,14	+0,19	+0,05
Klimaeffekter samlet	+0,04	+0,24	+0,20
Infrastruktur projekter	-0,06	-0,07	-0,01

 Tabel 7-1
 Fiktive ændringer i saltholdigheder i den central Østersø i år 2100

Som nævnt i afsnit 3.1 kunne det overvejes at opstille en alternativ fordeling af saltholdighederne i øvre og nedre lag for Østersø-systemet. Dette ville medføre en ændret fordeling af vandføringerne mellem områder og lag og dermed et anderledes grundlag for matricens koefficienter. De grundlæggende hydrauliske formler beholder deres gyldighed og ændres derfor ikke.

Grundlæggende beskriver den foreliggende model et Østersø-system, der er simplificeret til et antal områder, der er delt op i to lag. Modellen beskriver forholdene i deres ligevægtstilstand og den skal derfor ikke køres indtil en acceptabel ligevægtstilstand er opnået, men giver resultatet med det samme.

Modellen evner at beskrive de hydrauliske parametre, der er mest betydende for vandskifte, dvs. vandføringer (opholdstider), saltholdighed (vertikal stabilitet) og lagtykkelser.

Ovenstående formelapparat er blevet anvendt på et fiktivt klimascenarie for at indikere arbejdsgangen og resultatpræsentationen, der kan anvendes for udvalgte klimascenarier.

Til beregning af fremtidige scenarier er det vurderet at forholdene i år 2100 kan beregnes med samme modelgrundlag som for den eksisterende situation. Det vurderes med andre ord ikke nødvendigt at bestemme ny koefficienter til den konceptuelle model til bestemmelse af forholdene i år 2100.

## 8 Modeludvidelse

## 8.1 Baggrund

Under anvendelse af den ovenfor præsenterede model viser det det sig, at den klimabetingede ændring af ferskvandstilstrømning spiller en større rolle for

modellering af forholdene i år 2100 end forventet. Dette medfører en større fokus på blandingsprocesserne i den indre del af Østersøen, fordi de hydrografiske forhold og dermed saltholdighederne i den indre Østersø i særlig grad bestemmes af ferskvandsafstrømningen.

For den centrale Østersø (Gotland Bassinet) indeholder modellen af (Pedersen & Møller, 1981) kun den blandingsproces, der beskriver den opadrettet medrivning, mens den nedadrettede medrivning ikke er medtaget. Den anvendte metode for at tage højde for dette er beskrevet i det følgende. Modellen er ikke redefineret fra grunden, idet alle koefficienter og derfor samtlige ligninger dermed skulle udledes fra grunden, hvilket ikke har været muligt indenfor dette projekt.

#### 8.2 Metode

Den langsomme fortynding på grund af turbulensen i det dybe vandlag medtages og medfører at saltholdigheden og dermed tyngden langsomt aftager. Indstrømmende saltvand fra Bælthavet vil indlejre sig i den dybde, hvor tyngden i Østersøens bundvand svarer til tyngden af det indstrømmende saltvand. Hvis den langsomme fortynding har foregået i lang tid, vil tyngden i bundvandet være forholdsvis lav og indstrømmende saltvand vil indlejre sig dybt. Udskiftning af dybdevandet kræver derfor både at bundvandet er relativ let, dvs. har en lav saltholdighed efter lang tids fortynding, og at det indstrømmende vand er meget tungt, dvs. har en høj saltholdighed. En 100 års tidsserie af saltholdighed i Gotlands Bassinets bundvand er vist i Figur 8-1, der illustrerer periodevis langsom aftagen af saltholdighed på grund af turbulent blanding, afbrudt af pludselige stigninger ved saltvandsindbrud. I Gotland Bassinet ses saltholdigheden at aftage med en rate på omtrent -4%/30år eller -0,13 %/år.





Vandvolumenet af den dybe del af Gotland bassinet, der ligger under ca. 60 m vanddybde, bestemmes ud fra opmåling af og interpolation mellem dybdekurver i (HELCOM, 2025). Vandvolumen dybere end 60m dybde i Gotland Bassinet er fundet til omtrent  $4,6\cdot10^{12}$  m<sup>3</sup>.

Positionen af station "BY15" er angivet i nedenstående Tabel 8-1.

Tabel 8-1Position af HELCOM overvågningsstation BY15, dybde ca. 245 m.<br/>(HELCOM, 2023)

LAT	LAT	LON	LON	HELCOM_SUBBASIN
(DDºMM)	(DD.DD)	(DDºMM)	(DD.DD)	
57º19.20'N	57.32	20º03.00'E	20.05	Eastern Gotland Basin

Ved anvendelse af massebevarelsen, som gælder for de perioder, hvor der ikke foregår indstrømning af saltvand, men kun vertikal blanding med de øvre lag:

$$IND - UD = Tilvækst$$

$$Q_{\emptyset E1} \cdot 0 - Q_{\emptyset E0} \cdot C_{\emptyset 1}(t) = Vol \cdot \frac{dC_{\emptyset 1}(t)}{dt}$$

hvor

 $Q_{\emptyset E1}$ : Vandføring, Gotland bassinet, vertikalt, nedad  $Q_{\emptyset E0}$ : Vandføring, Gotland bassinet, vertikalt, opad 0: Saltholdighed, Gotland bassinet, i øvre lag, reduceret med referencesaltholdigheden i øvre lag  $C_{\emptyset 1}$ : Saltholdighed, Gotland bassinet, i nedre lag, reduceret med referencesaltholdigheden i øvre lag

t: tiden

Idet saltholdigheden i begge lag reduceres med en referencesaltholdighed på 7‰ bliver øvre lags koncentration reduceret fra 7‰ til 0‰ og nedre lags reduceres fra 11‰ til 4‰. Saltholdighedsdifferencen hen over skillefladen er dermed uændret 4‰, og beregningerne bliver mere simple:

$$C_{\emptyset_1}(t) = -\frac{Vol}{Q_{\emptyset_{E0}}} \cdot \frac{dC_{\emptyset_1}(t)}{dt}$$

Der gættes på en løsning af differentialligningen:

$$C_{\emptyset 1}(t) = A e^{-t/T} + B$$

hvor T er en for systemet karakteristisk tidsskala, her opholdstiden.

Opholdstiden betegner det tidsrum, efter hvilken en udgangskoncentration er reduceret til 36%. A og B er konstanter, der bestemmes senere i beregningerne.

Differentialet af den ovenfor gættede løsning bliver da:

$$\frac{dC_{\emptyset 1}(t)}{dt} = -\frac{1}{T}Ae^{-t/T}$$

Indsættes dette i ligningen for massebevarelse, findes

$$Ae^{-t/T} + B = -\frac{Vol}{Q_{\emptyset E0}} \cdot \left(-\frac{1}{T}Ae^{(-t/T)}\right)$$

Det fremgår umiddelbart at B=0.

For t=0 er saltholdighedsdifferencen hen over skillefladen A = (11-7) % = (4-0) % = 4%.

Fra målinger (se Figur 8-1) aflæses at raten for salinitets reduktion (uden indstrømning af saltvand) typisk er

$$\frac{dC_{\emptyset 1}(t)}{dt} = -0.13 \frac{\%_0}{ar} = -\frac{1}{T} A e^{-t/T}, for \ t \ll T$$

For t=0 kan udtrykket med eksponentialfunktion reduceres til 1 og der fremkommer følgende udtryk:

$$\frac{dC_{\emptyset 1}}{dt} = -0.13 \frac{\%_0}{ar} = -\frac{A}{T} = -\frac{3\%_0}{T}$$
$$T = \frac{3\%_0}{0.13\%_0/ar} = 23 \text{ ar}$$

Idet volumen er bestemt ved måling (se ovenfor) kan udskiftningsvandføringen  $Q_{\emptyset 1}$  bestemmes som

$$Q_{\emptyset 1} = \frac{Vol}{T}$$
$$Q_{\emptyset 1} = \frac{4.6 \cdot 10^{12} \, m^3 / s}{23 \text{ a}^3 r \cdot \Pi \cdot 10^7 \frac{s}{\text{ a}^3 r}}$$
$$Q_{\emptyset 1} = 6.4 \cdot 10^3 \, \frac{m^3}{s}$$

Denne vandføring svarer dermed til ca.1/3 af den vandrette vandføring til bassinets dybde vand ved de tunge saltvandsindbrud iflg. (Pedersen & Møller, 1981) og vurderes derfor ikke som negligibel, og bør derfor medregnes for at de mest væsentlige fysiske processer er inkluderet i modellen. At den nedadrettede medrivning er betydelig, ses også ved direkte inspektion af data for saltholdigheden i bundklaget, som er faldende mellem hvert saltvandsindbrud, se Figur 8-1.

#### 8.2.1 Gotlands bassinet

For at simplificere beregningerne for de hydrauliske ændringer i Gotland Bassinet vurderes først hvilke parametre påvirkes i hvilken grad af de fire ydre påvirkninger (afstrømning, vandstand, vind og projekter). Beregningerne vil således fokuseres på de parametre der påvirkes mest i modellerne for de fire nævnte påvirkninger.

De hydrauliske nøgleparametres referenceværdier og deres ændringer ved ændret klimaeffekter og projekter er beregnet i (COWI/DHI, 2025) og vist i nedenstående Tabel 8-2. Tabellen indeholder de absolutte ændringer bestemt med de aktuelt anvendte klimaændringer og projekter, dvs. for afstrømningsændring (+18%), havspejlsstigning (+0,581m), vindændring (-1,1%) og projekternes øgning af strømningsmodstanden (0,18%). Det skal bemærkes at de anvendte klimaændringer i dette afsnit, er dem der er bestemt i (COWI/DHI, 2025) til beregning af ændringer af de hydrografiske forhold i Østersøen, og de er dermed forskellige fra de fiktive ændringer anvendt i de øvrige afsnit.

SSP2-4.5; 2100	Sø0 (‰)	Sø1 (‰)	Y <sub>ø0</sub> (m)	Q <sub>Ø1</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Q <sub>EØ0</sub> (m <sup>3</sup> /s)
Reference	7	11	60	26.300	26.300
Afstrømningsændring	-1,39	-1,39	3,9	-560	-560
Havspejlsændring	0,50	0,77	-3,3	1300	1300
Vindændring	-0,14	-0,19	-0,5	-200	-200
Projekter	-0,023	-0,026	0,04	-20	-20

Tabel 8-2Absolutte ændringer i den ikke-udvidede konceptuelle model som følge af<br/>klimapåvirkninger og projekternes påvirkning, se afsnit 3 til 6.

Ovenstående absolutte ændringer kan nu omregnes til relative ændringer, dvs. hvor store ændringerne er i forhold til referenceværdierne. De relative ændringer er givet i nedenstående Tabel 8-3.

Tabel 8-3Relative ændringer i den ikke-udvidede konceptuelle model i som følge af<br/>klimapåvirkninger og projekternes påvirkning i forhold til de absolutte<br/>værdier i ovenstående tabel.

SSP2-4.5; 2100	Søo (%)	Sø1(%)	Y <sub>ø0</sub> (%)	Qø1 (%)	Q <sub>EØ0</sub> (%)
Rel. afstrømningsændring	-20	-13	7	-2	-2
Relhavspejlsændring	7	7	-6	5	5
Rel. vindændring	-2	-2	-1	-1	-1
Rel. ændring projekter	-0,3	-0,2	0,1	-0,1	-0,1

Tabellen viser, at langt de største relative effekter findes for saltholdigheden i øvre og nedre lag for ændringen af afstrømningen, angivet med **fed** skrift i ovenstående tabel. De relative ændringerne for andre parametre og påvirkninger er en faktor 2 til 200 mindre. Der fokuseres derfor på at beregne ændringerne i saltholdighederne ( $S_{00}$  og  $S_{01}$ ) med modellen for ændret afstrømning.

Definitionsskitse for cirkulationen i den centrale Østersø (Gotland bassinet, BY15) er givet nedenfor, både i den oprindelige version (øvre panel) og i den udvidede version (nedre panel).



Figur 8-2 Definitionsskitser for cirkulationen i den centrale Østersø (Gotland Bassinet). Øvre panel: Ikke-udvidet model som i (Pedersen & Møller, 1981) Nedre panel: Udvidet model

I det følgende er saltholdigheder angivet i ‰ og vandføringerne er angivet i  $10^3\,$  m³/s. Fra ovenstående haves at:

$$Q_{E\emptyset 1}=6,4$$

8.2.2 Øvre lag, udvidet model, reference situation Bevarelse af volumen for øvre lag:

$$Q_{E\emptyset0} + R = Q_{C\emptyset0} + Q_{E\emptyset1}$$
$$Q_{C\emptyset0} = Q_{E\emptyset0} - Q_{E\emptyset1} + R$$

For øvre lag gælder bevarelse af masse (salt):

$$Q_{E\emptyset0} \cdot S_{\emptyset1} = (Q_{C\emptyset0} + Q_{E\emptyset1}) \cdot S_{\emptyset0}$$

$$Q_{E\emptyset0} \cdot S_{\emptyset1} = Q_{C\emptyset0} \cdot S_{\emptyset0} + Q_{E\emptyset1} \cdot S_{\emptyset0}$$

Indsættes udtrykket fra volumenbevarelse findes

$$Q_{E\emptyset0} \cdot S_{\emptyset1} = (Q_{E\emptyset0} - Q_{E\emptyset1} + R) \cdot S_{\emptyset0} + Q_{E\emptyset1} \cdot S_{\emptyset0}$$
$$Q_{E\emptyset0} \cdot S_{\emptyset1} = Q_{E\emptyset0} \cdot S_{\emptyset0} - Q_{E\emptyset1} \cdot S_{\emptyset0} + R \cdot S_{\emptyset0} + Q_{E\emptyset1} \cdot S_{\emptyset0}$$
$$Q_{E\emptyset0} \cdot (S_{\emptyset1} - S_{\emptyset0}) = R \cdot S_{\emptyset0} + Q_{E\emptyset1} \cdot S_{\emptyset0} - Q_{E\emptyset1} \cdot S_{\emptyset0}$$
$$Q_{E\emptyset0} \cdot (S_{\emptyset1} - S_{\emptyset0}) = R \cdot S_{\emptyset0}$$
$$Q_{E\emptyset0} = \frac{S_{\emptyset0}}{(S_{\emptyset1} - S_{\emptyset0})} \cdot R$$

I referencesituationen er Sø1=11 og Sø0=7 og R=15. Det medfører:

$$Q_{E\emptyset0} = \frac{7}{(11-7)} \cdot 15$$
$$Q_{E\emptyset0} = \mathbf{26}, \mathbf{3}$$

Denne værdi skal sammenlignes med den tilsvarende værdi i (Pedersen & Møller, 1981) som er nøjagtig den samme.

Ved at anvende volumenbevarelse for øvre lag kan således også udtrykket for Qcø0 i referencesituationen bestemmes:

$$Q_{C\emptyset0} = Q_{E\emptyset0} - Q_{E\emptyset1} + R$$
  
 $Q_{C\emptyset0} = 26,3 - 6,4 + 15$   
 $Q_{C\emptyset0} = 34,9$ 

I (Pedersen & Møller, 1981) er denne værdi 41,3 og dermed større, svarende til den nedadrettede medrivning  $Q_{E\emptyset1}$  på 6,4.

#### Kontrol:

Saltfluxen ud af øvre lag skal være lig med slatfluxen ind i øvre lag

$$(Q_{C\emptyset0} + Q_{E\emptyset1}) \cdot S_{\emptyset0} = Q_{E\emptyset0} \cdot S_{\emptyset1}$$
  
(34,9 + 6,4) \cdot 7 = 26,3 \cdot 11  
289 = 289

## 8.2.3 Nedre lag, udvidet model, referencesituation

For nedre lag gælder bevarelse af volumen:

$$Q_{C\emptyset 1} + Q_{E\emptyset 1} = Q_{E\emptyset 0}$$

I referencesituationen er

$$Q_{C\emptyset 1} = 26,3 - 6,4$$

$$Q_{C\emptyset1} = 19,9$$

I forhold til (Pedersen & Møller, 1981) er det en reduktion fra 26,3 med  $Q_{E\emptyset_1}$ .

For nedre lag gælder bevarelse af masse (salt):

$$Q_{C\emptyset_1} \cdot S_{C\emptyset_1} + Q_{E\emptyset_1} \cdot S_{\emptyset_0} = Q_{E\emptyset_0} \cdot S_{\emptyset_1}$$

Udtrykket Q<sub>EØ0</sub> fra volumenbevarelsen indsættes:

$$Q_{C\emptyset1} \cdot S_{C\emptyset1} + Q_{E\emptyset1} \cdot S_{\emptyset0} = (Q_{C\emptyset1} + Q_{E\emptyset1}) \cdot S_{\emptyset1}$$
$$S_{C\emptyset1} = \frac{Q_{C\emptyset1} + Q_{E\emptyset1}}{Q_{C\emptyset1}} \cdot S_{\emptyset1} - \frac{Q_{E\emptyset1}}{Q_{C\emptyset1}} \cdot S_{\emptyset0}$$

I referencesituationen giver det

$$S_{C\emptyset1} = \frac{19,9+6,4}{19,9} \cdot 11 - \frac{6,4}{19,9} \cdot 7$$
$$S_{C\emptyset1} = 14,5-2,3$$
$$S_{C\emptyset1} = 12,3$$

I (Pedersen & Møller, 1981) er denne værdi beregnet til 11,3 og dermed højere i den udvidede beregning.

Kontrol:

Saltfluxen ind i nedre lag skal være lig med slatfluxen ud af nedre lag

$$Q_{C\emptyset1} \cdot S_{C\emptyset1} + Q_{E\emptyset1} \cdot S_{\emptyset0} = Q_{E\emptyset0} \cdot S_{\emptyset1}$$

$$19.9 \cdot 12.2 + 6.4 \cdot 7 = 26.3 \cdot 11$$

$$243 + 45 = 289$$

$$288 \approx 289$$

I Tabel 8-4 er resultaterne samlet for at give en sammenligning med værdierne i den oprindelige model.

	Oprindelig model (reference situa-	Udvidet model (reference situa-	Difference (udvidet-oprinde-	
	tion)	tion)	lig)	
R (10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /s)	R (10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /s) 15		0	
S <sub>ø0</sub> (‰)	7	7	0	
S <sub>ø1</sub> (‰)	11	11	0	
S <sub>cø1</sub> (‰)	11	12,3	1,3	
Q <sub>eø1</sub> (10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /s)	-	6,4	6,4	
Q <sub>eø0</sub> (10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /s)	26,3	26,3	0	
Q <sub>cø1</sub> (10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /s)	26,3	19,9	-6,4	
Q <sub>cø0</sub> (10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /s)	41,3	34,9	-6,4	

Tabel 8-4Gotland bassin, sammenligning med tidligere model:

Effekten af en ændret ferskvandsafstrømning R på saltholdighederne i øvre og nedre lag af Gotland bassinet beregnes nu ved løsning af de ovenfor udledte formler.

Saltholdigheden  $S_{\emptyset 0}$  i øvre lag bestemmes ved volumenbevarelse for salt i øvre lag:

$$Q_{E\emptyset0} \cdot S_{\emptyset1} = (Q_{C\emptyset0} + Q_{E\emptyset1}) \cdot S_{\emptyset0}$$

Fra volumen bevarelse haves at

$$Q_{C\emptyset0} + Q_{E\emptyset1} = Q_{E\emptyset0} + R$$

Indsættes sidstnævnte udtryk i det forrige indføres parameteren R, som er den parameter der skal varieres:

$$Q_{E\emptyset0} \cdot S_{\emptyset1} = (Q_{E\emptyset0} + R) \cdot S_{\emptyset0}$$
$$S_{\emptyset0} = \frac{Q_{E\emptyset0}}{Q_{E\emptyset0} + R} \cdot S_{\emptyset1}$$

Tilsvarende bestemmes saltholdigheden  $S_{\varnothing 1}$  i nedre lag ved volumenbevarelse for salt i nedre lag:

$$Q_{C\emptyset1} \cdot S_{C\emptyset1} + Q_{E\emptyset1} \cdot S_{\emptyset0} = Q_{E\emptyset0} \cdot S_{\emptyset1}$$
$$S_{\emptyset1} = \frac{Q_{C\emptyset1} \cdot S_{C\emptyset1} + Q_{E\emptyset1} \cdot S_{\emptyset0}}{Q_{E\emptyset0}}$$

Resultaterne af disse beregninger er præsenteret i afsnit 8.3.

Da den konceptuelle model bygger på antagelsen af superposition af små ændringer, er resultater for de andre klimascenarier skaleres proportional i forhold til de relative ændringer modelleret for scenarie SSP2-4.5.

#### 8.3 Resultater fra udvidet model

Resultaterne for den udvidede model er ikke beregnet for alle parametre som demonstreret for den ikke-udvidede model, men beregnet for den centrale Østersø (Gotland Bassinet), klimascenarie SSP2-4.5 og for året 2100. Det understreges at den udvidede model anses for fysisk mere retvisende fordi den medtager en cirkulationsproces, som er af betydning for dynamikken og dermed for saltholdighederne og miljøtilstanden i den centrale Østersø, som er repræsenteret ved Gotland Bassinet.

Anvendelse af en afstrømning R, der er øget med 18%, giver efter iterative beregninger følgende ændringer af saltholdighederne:

dS <sub>Ø0</sub> (‰)	-0,56
dSø1 (‰)	-0,69

Tabel 8-5Scenarie SSP2-4.5; år 2100. Udvidet model. Ændringer i saltholdigheder ioverflade og bund i Gotland Bassinet.

Med disse ændringer fremkommer resultater for saltholdighederne i Gotland Bassinet (BY15) i overflade og bund i scenariet SSP2-4.5 for året 2100 for den udvidede model, se Tabel 8-5.

Udvidet mo- del	Reference 2019	Ændring pga. klima	Ændring pga. Projekt	Samlet æn- dring	Situation i 2100
Sø0 (‰)	7,0	-0,56	-0,023	-0,57	6,43
Sø1 (‰)	11,0	-0,69	-0,026	-0,72	10,28
Stab (‰)	4,0	-0,16	-0,003	-0,17	3,83

Tabel 8-6Resultater for saltholdigheder i overflade og bund i Gotland Bassinet be-<br/>regnet med udvidet model, SSP2-4.5, år 2100

Til sammenligning er resultaterne for den ikke udvidede model anført i Tabel 8-7.

Tabel 8-7Resultater for saltholdigheder i overflade og bund i Gotland Bassinet be-<br/>regnet med ikke-udvidet model, SSP2-4.5, år 2100:

Ikke udvidet model	Reference 2019	Ændring pga. klima	Ændring pga. Projekt	Samlet æn- dring	Situation i 2100
Sø0 (‰)	7,0	-1,03	-0,023	-1,05	5,95
Sø1 (‰)	11,0	-0,81	-0,026	-0,84	10,16
Stab (‰)	4	0,22	-0,003	0,22	4,21

Det ses af ovenstående, at den udvidede model (inklusive den nedadrettede medrivning til Gotland Bassinets dybdevand) giver en mindre ændring af saltholdighederne som funktion af øget tilstrømning end modellen uden udvidelse (der ikke medtager den nedadrettede transportproces).

Det ses desuden at stabiliteten mellem lagene bliver reduceret en smule i den udvidede model, mens den i den ikke-udvidede model øges en smule. Dog skal der ved betragtning af saltholdighedsdifferencer mellem øvre og nedre lag i Gotland Bassinet bemærkes at saltholdigheden i det nedre lag øges gradvist fra 60m's dybde til 240 m. Derfor vil den beregnede ændring af differencen mellem den gennemsnitlige saltholdighed i nedre lag og saltholdigheden i øvre lag ikke have en éntydig effekt på hydrografien i Gotlands Bassinet.

#### 9 Referencer

- COWI/DHI. (2025). Undersøgelse af fremskudt færgehavn ved Tårs, Hydrografisk modellering. København: Sund og Bælt.
- Engelund, F. A., & Pedersen, F. B. (1978). *Hydraulik.* Den private Ingeniørfond, Danmarks Tekniske Højskole.
- HELCOM. (eotember 2023). *Guidelines for monitoring of radioactive substances*. Hentet fra Hentet fra https://helcom.fi/wpcontent/uploads/2019/08/Guidelines-for-Monitoring-of-Radioactive-Substances.pdf.
- HELCOM. (10. 01 2025). HELCOM map and data service. Hentet fra Hentet fra https://maps.helcom.fi/website/mapservice/?datasetID=93eb15c8-0de3-40f7-b3c7-c5e02cef4a7e:

https://maps.helcom.fi/website/mapservice/?datasetID=93eb15c8-0de3-40f7-b3c7-c5e02cef4a7e.

- Helsinki Commission, B. M. (1993). First assessment of the state of the coastal waters of the Baltic Sea. *Baltic Sea Environment Proceedings No. 54*, 166.
- Jakobsen, F. (1991). Bornholmer Dybets Hydrografi. *Havforskning fra Miljøstyrelsen Nr. 8*, 88.
- Jürgensen, C. (1996). Hydrografi. I Fyns\_Amt, *Kystvande 1995, Næringsstoftilførsel, Vandkvalitete og forureningstilstand, Årsager og udvikling 1976-1995.* Odene: Fyns Amt og Barlebo Bogtryk.
- Knudsen, M. (1900). Ein hydrographischer Lehrsatz. *Hydrogr. Mar. Meteorol., 28* (7), 316-320.
- Lund-Hansen, L., Christiansen, C., Jürgensen, C., Richardson, K., & Skyum, P. (1994). *Basisbog i fysisk-biologisk Oceanografi.* København: G.E.C. Gads Forlag.
- Meier, H. D. (2022). Oceanographic regional climate projections for the Baltic Sea until 2100. *EArth Syst. Dynam.*, *14*, 159-199.
- Meier, H. H.-R. (2017). Impact of accelleratied future global mean sea level rise on hypoxia in the Baltic Sea. *Clim.Dyn.* 49, 163-172.
- Miljøministeriet/Miljøstyrelsen. (05. 07 2024). *https://www.klimatilpasning.dk*. Hentet fra https://www.klimatilpasning.dk/kort/vindhastighed/.
- Omstedt, A. (2006). *BALTEX, Newsletter No.9, September 2006*. Hentet fra https://www.academia.edu/50542132/The\_Baltic\_Sea\_Climate\_Today\_Y esterday\_and\_Tomorrow\_Part\_2?email\_work\_card=view-paper.
- Omstedt, A. W. (2001). Baltic Sea ocean climate: An analysis of 100 yr of hydrographic data with focus on the freshwater budget. *Climate research, Vol 18*, 5-15.
- Pedersen, F. B. (1980). A monograph on turbulent entrainment and friction in two-layered stratified flow. Lyngby: Seris Paper 25, Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark.
- Pedersen, F. B., & Møller, J. S. (1981). Diversion of River Neva How will it influence the Baltic Sea, the Belts and the Kattegat. Nordic Hydrology, 12, 1-20.

#### Bilag A Knudsens Teorem

Som allerførste og mest simple tilnærmelse kan Knudsens teorem anvendes for saltholdigheden i overflade og bund i den centrale Østersø. Knudsens Teorem bygger på anvendelse af bevarelse af såvel volumen som masse (salt) og gælder for middelforhold, dvs. mangeårigt middel, se (Knudsen, 1900).

Det påpeges at denne beregning kun betragter aksiomerne om volumen- og massebevarelse og dermed ikke tager hensyn til geografiske dimensioner eller naturlove om hydrodynamik og turbulens.

#### A.1 Definitionsskitse

En skitse for massebalancen for enten det øvre eller det nedre lag er vist for neden:



Massebalancen opstilles:

$$S_0 Q = S(Q + R)$$
$$\frac{S_0}{S} = \left(1 + \frac{R}{Q}\right)$$
$$\frac{R}{Q} = \left(\frac{S_0}{S} - 1\right)$$
$$\frac{Q}{R} = \frac{1}{\left(\frac{S_0}{S} - 1\right)}$$

Randbetingelser:

For det øvre lag findes: Q/R=1/(35/7-1)=1/4

For det nedre lag findes:  $Q/R=(35/17-1)\approx 1$ 

Disse værdier anvendes i den senere udredning.

Endvidere findes:

$$S = S_0 \frac{Q}{R+Q}$$

$$S_0Q - SQ - SR = 0$$

Denne formel anvendes senere til at reducere formeludtrykkene under lineariseringen.

### A.2 Ændret ferskvandsaftsrømning

I dette afsnit betragtes effekten af ændret ferskvandsafstrømning på saltholdigheden i den centrale Østersøs øvre og nedre lag. Der gennemføres en linearisering: For en lille ændring af ferskvandsafstrømningen r og en tilsvarende lille ændring af saltholdigheden s gælder:

$$S(1+s) = S_0 \frac{Q}{R(1+r)+Q}$$
$$S+sS = S_0 \frac{Q}{R+rR+Q}$$
$$(S+sS) \cdot (R+rR+Q) = S_0Q$$
$$SR + rSR + SQ + sSR + srSR + sSQ = S_0Q$$

2.ordens leddet srSR negligeres.

$$SR + rSR + SQ + sSR + sSQ = S_0Q$$
$$rSR + sSR + sSQ = S_0Q - SQ - SR = 0$$
$$rSR + sSR + sSQ = 0$$
$$r = -s\left(1 + \frac{Q}{R}\right)$$
$$s = \frac{-r}{1 + Q/R}$$

For øvre lag er Q/R=1/4 og den relative ændring s af saltholdigheden i øvre lag findes til:

$$s = \frac{-r}{1+1/4} = -\frac{4}{5}r = -0.8r$$

For nedre lag er Q/R=1 og den relative ændring s af saltholdigheden i nedre lag findes til:

$$s = \frac{-r}{1+1} = -\frac{1}{2}r = -0.5r$$

## A.3 Ændret saltvandsindstrømning

I dette afsnit betragtes effekten af ændret saltvandsindstrømning på saltholdigheden i den centrale Østersøs øvre og nedre lag. Der gennemføres en linearisering: For en lille ændring af saltvandsindstrømning q og en tilsvarende lille ændring af saltholdigheden s gælder:

$$S(1+s) = S_0 \frac{Q(1+q)}{R+Q(1+q)}$$
$$S+sS = S_0 \frac{Q+qQ}{R+Q+qQ}$$
$$+sS) \cdot (R+Q+qQ) = S_0Q+qS_0Q$$

$$SR + SQ + qSQ + sSR + sSQ + sqSQ = S_0Q + qS_0Q$$

2.ordens leddet sqSR negligeres.

(S

$$SR + SQ + qSQ + sSR + sSQ = S_0Q + qS_0Q$$
$$qSQ + sSR + sSQ - qS_0Q = S_0Q - SQ - SR = 0$$
$$qSQ + sSR + sSQ - qS_0Q = 0$$
$$s(SR + SQ) = q(S_0Q - SQ)$$
$$s(R + Q) = q(S_0/S \cdot Q - Q)$$
$$s(R/Q + 1) = q(S_0/S - 1)$$
$$s = q\left(\frac{S_0/S - 1}{R/Q + 1}\right)$$

For øvre lag er S<sub>0</sub>/S=35/7=5 og R/Q=4 og den relative ændring s af saltholdigheden i øvre lag findes til:

$$s = q \frac{5-1}{4+1} = \frac{4}{5}q = 0.8q$$

For nedre lag er S<sub>0</sub>/S=35/17 $\approx$ 2 og R/Q=1 og den relative ændring s af saltholdigheden i nedre lag findes til:

$$s = q \frac{2-1}{1+1} = \frac{1}{2}q = 0.5q$$

## A.4 Sammenfatning

Det ses af ovenstående, at anvendelse af Knudsens Teorem viser samme effekt på saltholdighederne i øvre og nedre lag for en relativ ændring af ferskvandsafstrømning som for en relative ændring af saltvandsindstrømning. En øgning af ferskvandstilførsel på 10% samtidig med en øgning af saltvandsindstrømning på 10% vil med andre ord betyde at saltholdigheden i Østersøen stort set vil forblive uændret.

### Bilag B Udledning af formel 10 (9)

For at illustrere check af formlerne og som stikprøvekontrol af formelsystemet er udviklingen af formel 10 (9) gennemgået nedenfor.

Denne formel beskriver  $Q_{ES1}$ , den nedadrettede medrivning i Sundet og Bælthavet. Fleming Bo Pedersen beskriver medrivningen  $Q_{ES1}$  som en andel (ca. 2/3) af den opadrette medrivning. Den opadrettede medrivningshastighed Ve beregnes som funktion af friktionshastigheden UF densitetsforskellen  $\Delta$  gravitationskonstanten g og lagtykkelsen af det nedre lag Y1.

$$\frac{V_{eS1}}{U_F} = \frac{2}{3} \frac{V_{eS0}}{U_F} = 2/3 \cdot 2.3 \frac{U_F^2}{\Delta g Y_{S1}}$$
$$Q_{eS1} = 2/3 \cdot 2.3 \cdot \frac{A_S \cdot U_F^3 \cdot \rho_1}{0.75 \cdot g} \cdot \frac{1}{(S_1 - S_0)Y_{S1}}$$

Skillefladearealet As i Sund og Bælthav samt energiinputtet fra vinden Uf blev i (Pedersen & Møller, 1981) anset for at være konstante og uændrede i forhold modellens formål nemlig at undersøge effekten af ændret ændring af ferskvandsafstrømningen til Østersøen. Ovenstående reduceres til udtrykket:

$$Q_{eS1} = K \cdot \frac{1}{(S_{S1} - S_{S0})(25 - Y_{S0})}$$

Hvor K er konstant, og hvor YS1=25m-YS0.

Denne ligning omskrives til

$$Q_{eS1} \cdot (S_{S1} - S_{S0}) \cdot (25 - Y_{S0}) = K$$

Denne formel lineariseres (kun 1. ordens led medtages):

$$Q_{eS1}(1+q_{es1}) \cdot \{S_{S1}(1+s_{S1}) - S_{S0}(1+s_{S0})\} \cdot (25 - Y_{S0}(1+\mu_{S0})) = K$$

som kan omskrives til:

$$(Q_{eS1} + Q_{eS1}q_{es1}) \cdot \{(S_{S1} + S_{S1}S_{S1}) - (S_{S0} + S_{S0}S_{S0})\} \cdot (25 - Y_{S0} - Y_{S0}\mu_{S0}) = K$$
$$(S_{S1} - S_{S0} + S_{S1}S_{S1} - S_{S0}S_{S0}) \cdot (Q_{eS1} + Q_{eS1}q_{es1}) \cdot (25 - Y_{S0} - Y_{S0}\mu_{S0}) = K$$

$$(S_{51} - S_{50} + S_{51}s_{51} - S_{50}s_{50}) \cdot (25Q_{e51} - Q_{e51}Y_{50} - Q_{e51}Y_{50}\mu_{50} + 25Q_{e51}q_{e51} - Q_{e51}Y_{50}q_{e51}) = K$$

Igen udelades led af 2. orden.

$$\begin{aligned} (25S_{S1}Q_{eS1} - S_{S1}Q_{eS1}Y_{S0} - S_{S1}Q_{eS1}Y_{S0}\mu_{S0} + 25S_{S1}Q_{eS1}q_{eS1} - S_{S1}Q_{eS1}Y_{S0}q_{eS1}) \\ &+ (-25S_{S0}Q_{eS1} + S_{S0}Q_{eS1}Y_{S0} + S_{S0}Q_{eS1}Y_{S0}\mu_{S0} - 25S_{S0}Q_{eS1}q_{eS1} \\ &+ S_{S0}Q_{eS1}Y_{S0}q_{eS1}) + (25S_{S1}S_{S1}Q_{eS1} - S_{S1}Q_{eS1}Y_{S0}s_{S1}) \\ &+ (-25Q_{eS1}S_{S0}s_{S0} + Q_{eS1}Y_{S0}S_{S0}s_{S0}) = K \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (25S_{s1}Q_{eS1} - S_{s1}Q_{eS1}Y_{s0} - 25S_{s0}Q_{eS1} + S_{s0}Q_{eS1}Y_{s0}) \\ &\quad + \{(-S_{s1}Q_{es1}Y_{s0}\mu_{s0} + 25S_{s1}Q_{es1}q_{es1} - S_{s1}Q_{es1}q_{es1}Y_{s0}) \\ &\quad + (+S_{s0}Q_{es1}Y_{s0}\mu_{s0} - 25S_{s0}Q_{es1}q_{es1} + S_{s0}Q_{es1}Y_{s0}q_{es1}) \\ &\quad + (25S_{s1}s_{s1}Q_{es1} - S_{s1}Q_{es1}Y_{s0}s_{s1}) + (-25Q_{es1}S_{s0}s_{s0} + Q_{es1}Y_{s0}S_{s0}s_{s0})\} = K \end{aligned}$$

Første parentes omskrives til

$$Q_{eS1}[S_{S1}(25 - Y_{S0}) - S_{S0}(25 - Y_{S0})]$$

$$Q_{eS1}(S_{S1}-S_{S0})(25-Y_{S0})$$

som er lig med K, som derefter kan trækkes fra begge sider.

Derefter reduceres ligningen til de sidste tre parenteser som er lig med 0.

$$\{ (-S_{S1}Q_{eS1}Y_{S0}\mu_{S0} + 25S_{S1}Q_{eS1}q_{es1} - S_{S1}Q_{eS1}q_{es1}Y_{S0}) \\ + (S_{S0}Q_{eS1}Y_{S0}\mu_{S0} - 25S_{S0}Q_{eS1}q_{es1} + S_{S0}Q_{eS1}Y_{S0}q_{es1}) \\ + (25S_{S1}s_{S1}Q_{eS1} - S_{S1}Q_{eS1}Y_{S0}s_{S1}) + (-25Q_{eS1}S_{S0}s_{S0} + Q_{eS1}Y_{S0}S_{S0}s_{S0}) \} = 0$$

Denne ligning kan så samles efter de fire dimensionsløse ændringsparametre:

$$0 = \mu_{S0}(-S_{S1}Q_{eS1}Y_{S0} + S_{S0}Q_{eS1}Y_{S0}) + q_{es1}(25S_{S1}Q_{eS1} - S_{S1}Q_{eS1}Y_{S0} - 25S_{S0}Q_{eS1} + S_{S0}Q_{eS1}Y_{S0}) + s_{S1}(25S_{S1}Q_{eS1} - S_{S1}Q_{eS1}Y_{S0}) + s_{S0}(-25Q_{eS1}S_{S0} + Q_{eS1}Y_{S0}S_{S0})$$

Middelværdier for SS0, SS1, QeS1 og YS0 indsættes i parenteserne for at bestemme koefficienterne, der senere indsættes i løsningsmatricen.

Tabel B-1Formel P&M 9: Middelværdier for Østersøen, koefficienter og normerede<br/>koefficienter for de nye foreliggende beregninger og dem fra (Pedersen &<br/>Møller, 1981)

Para- meter	Middel- værdi	Relativ parameter	Koeffici- ent	Ny norm. koeff.	P&M norm. ko-
		-			eff.
Qes1	18133 m3/s	qe <sub>S1</sub>	20800	1	1
Y <sub>S0</sub>	13,3 m	$\mu_1$	-2890	-1,14	-1,14
S <sub>S0</sub>	0,0125	S <sub>0</sub>	-13020	-1,04	-1,11
S <sub>S1</sub>	0,0245	$S_1$	7800	2,04	2,11

Det ses, at fortegnene for koefficienterne er i overensstemmelse, og at størrelsen er mellem 0 og 7% forskellige. Forskellen formodes at skyldes lidt anderledes valgte middelværdier for  $S_{S0}$  og  $S_{S1}$ . Overensstemmelse mellem ny og (Pedersen & Møller, 1981) ville opnås ved koefficienter på hhv. 0,0126 og 0,0240, hvilket må anses for at være en lille ændring.